

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.**

**MATEMATIKA  
SZERB NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ  
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2019. május 7. 8:00**

**I.**

Időtartam: 57 perc

|                |  |
|----------------|--|
| Pótlapok száma |  |
| Tisztázati     |  |
| Piszkozati     |  |

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Важне информације

1. Време за решавање задатака је 57 минута, након његовог истека треба завршити са радом.
2. Редослед решавања задатака је произвољан.
3. Приликом решавања задатака могу се користити дигитрон (који не може да меморише и приказује текстуалне податке) и логаритамске таблице са четвороцифреним бројевима. Коришћење других електронских или писаних помоћних средстава је забрањено!
4. **Коначно решење задатка упишите у одговарајуће оквире**, решење задатка образложите само онда ако се то у тексту задатка захтева!
5. Задатке пишете хемијском оловком, а слике (скице) можете цртати графитном оловком. Осим цртежа, делове написане графитном оловком наставник неће вредновати (оцењивати). Ако прецртате неко решење или део решења, тај део се неће вредновати.
6. Код сваког задатка се вреднује (оцењује) само једно решење. У случају да покушавате са више решења, једносмислено означите за које решење сте се одлучили!
7. Молимо вас да у **сиве правоугаонике ништа не уписујете!**

1. Решите следећу једначину у скупу реалних бројева!

$$x^2 + x - 2 = 0$$

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|--|--------|--|

2. На једној свадби смо упитали петочлано друштво за једним столом колико познаника седи за тим столом (познанства су узајамна). Одговори четири особе су:4,4,4,3. Колико познаника има пета особа која седи за столом?

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|--|--------|--|

3. Одредите вредност  $x$ , ако је  $2^{16} = 16^x$ .

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|--|--------|--|

4. Запремина једне боце (суда) која има облик правог кружног ваљка је 1 литар, а висина боце је 20 цм. Израчунајте полупречник основе те боце! Решење детаљно образложите!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 3 бода |  |
|  | 1 бод  |  |

5. Одредите логичке вредности (тачно или нетачно) за следеће тврње!

**A:** Ако је неки број дељив са 12, онда је тај број дељив и са 6.

**B:** Ако је неки број дељив са 3, онда је тај број дељив и са 6.

**C:** Неки број је дељив са 6, само у случају да је дељив и са 2, и са 3.

|           |        |  |
|-----------|--------|--|
| <b>A:</b> | 2 бода |  |
| <b>B:</b> |        |  |
| <b>C:</b> |        |  |

6. Одредите највећи заједнички делилац за бројеве  $2^3 \cdot 3 \cdot 7^4 \cdot 19$  и  $2^5 \cdot 7^2 \cdot 19$ !

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|--|--------|--|

7. Одредите место и вредност минимума функције  $x \mapsto 2(x-1)^2 + 5$  дефинисане у скупу реалних бројева!

|                    |       |  |
|--------------------|-------|--|
| Место минимума:    | 1 бод |  |
| Вредност минимума: | 1 бод |  |

8. Који је то број, који је за 2 мањи од своје апсолутне вредности?

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|--|--------|--|

9. Одредите нуле функције  $x \mapsto \sin x$  дефинисане у затвореном интервалу  $[0; 2\pi]$ !

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|--|--------|--|

10. Први члан једног геометријског низа је 2, а четврти члан је 54.  
Одредите збир првих пет чланова овог низа! Образложите свој одговор!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 3 бода |  |
|  | 1 бод  |  |

11. Одредите координате центра и полупречник кружнице дате једначином  
 $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 25$ !

|                       |        |  |
|-----------------------|--------|--|
| Центар кружнице:      | 2 бода |  |
| Полупречник кружнице: | 1 бод  |  |

12. У једном разреду од 32 ученика, 14 су девојчице. Од ученика тог разреда случајно ћемо изабрати двоје. Колика је вероватноћа да ћемо изабрати две девојчице?  
Решење детаљно образложите!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | 2 бода |  |
|  | 1 бод  |  |

|               |             | број бодова |           |
|---------------|-------------|-------------|-----------|
|               |             | максималан  | постигнут |
| I део         | 1. задатак  | 2           |           |
|               | 2. задатак  | 2           |           |
|               | 3. задатак  | 2           |           |
|               | 4. задатак  | 4           |           |
|               | 5. задатак  | 2           |           |
|               | 6. задатак  | 2           |           |
|               | 7. задатак  | 2           |           |
|               | 8. задатак  | 2           |           |
|               | 9. задатак  | 2           |           |
|               | 10. задатак | 4           |           |
|               | 11. задатак | 3           |           |
|               | 12. задатак | 3           |           |
| <b>УКУПНО</b> |             | <b>30</b>   |           |

\_\_\_\_\_

датум

\_\_\_\_\_

наставник који  
исправља

|         | pontszáma <b>egész</b><br><b>számra</b> kerekítve |                    |
|---------|---|--------------------|
|         | elért   | programba<br>beírt |
| I. rész |   |                    |

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.**

**MATEMATIKA  
SZERB NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ  
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2019. május 7. 8:00**

**II.**

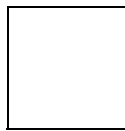
Időtartam: 169 perc

|                |  |
|----------------|--|
| Pótlapok száma |  |
| Tisztázati     |  |
| Piszkozati     |  |

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Важне информације

1. Време за решавање задатака је 169 минута, након његовог истека треба завршити са радом.
2. Редослед решавања задатака је произвољан.
3. У **Б** делу од три задатка треба решити само два. **Након завршетка рада упишите у доњи квадрат редни број задатка који не решавате!** Ако наставник који исправља *не може једносмислено да утврди* за који задатак не желите да се бодује, онда за последњи, 18. задатак нећете добити бодове.



4. Приликом решавања задатака могу се користити дигитрон (који не може да меморише и приказује текстуалне податке) и логаритамске таблице са четвороцифреним бројевима, коришћење других електронских или писаних средстава је забрањено!
5. У сваком случају запишите поступак који сте применили приликом решавања задатака, јер се за то даје значајан део бодова!
6. Трудите се да значајнији делови прорачуна могу да се прате и контролишу!
7. Приликом поступка решавања коришћење дигитрона – без даљег математичког образложења – се прихвата за извршавање следећих математичких операција: сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање, кореновање,  $n!$ , израчунавање  $\binom{n}{k}$ , коришћење података који се налазе у логаритамским таблицама ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\text{tg}$ ,  $\log$  и њихове инверзне функције), давање приближне вредности за бројеве  $\pi$  и  $e$ , одређивање корена једначине другог степена сређене на нулу. Без даљег математичког образложења је дозвољено коришћење дигитрона за израчунавање просека и расипања, али само у случају да се текстом задатка искључиво не захтева приказивање детаљних прорачуна у вези тога. **У појединим случајевима се прорачуни извршени дигитроном сматрају за кораке без образложења, па се за то не додељују бодови.**
8. Међу теоремама које сте користили приликом решавања задатака, оне које сте већ учили у школи и имају свој назив (нпр. Питагорина теорема, теорема о висинама) није потребно тачно објаснити; довољно је споменути назив теореме, али *примену треба кратко образложити*.
9. Коначно решење задатка (одговор који се даје на постављено питање) наведите и у текстуалном облику!

10. Задатке пишите хемијском оловком, а скице можете цртати обичном (графитном) оловком. Делове који су писани графитном оловком – осим скица – наставник који исправља неће оцењивати. Ако прецртате неко решење или део решења, тај део се неће вредновати.
11. Код сваког задатка се вреднује (оцењује) само једно решење. У случају да покушате са више решења, **једносмислено означите** за које решење сте се одлучили!
12. Молимо вас да у сиве правоугаонике ништа не уписујете!

## A

**13.** Две породице су посетиле градски зоолошки врт. Прва је платила улазницу за једног одраслог и за 4 детета 4300 Фт, а друга за 2 одрасла и 5 деце 6350 Фт.

**a)** Израчунајте колико кошта улазница за одраслу особу, а колико за дете!

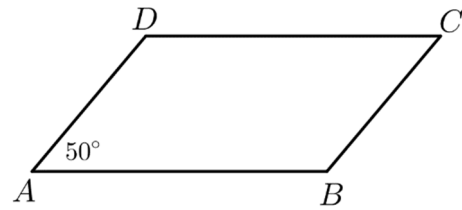
Бруто цена улазнице је нето цена увећана за порез на додатну вредност (ПДВ). ПДВ је 27% од нето цене.

**b)** Колико је износ ПДВ-а за бруто цену од 6350 Фт, а колико процената бруто цене је износ ПДВ-а?

|            |           |  |
|------------|-----------|--|
| <b>a)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>b)</b>  | 5 бодова  |  |
| <b>Ö.:</b> | 11 бодова |  |



14.  $AB$  страница паралелограма  $ABCD$  је дугачка 5 цм, а  $AD$  страница је 3 цм. Унутрашњи угао код темена  $A$  је  $50^\circ$ .



- a) Израчунајте колико износи висина на страницу  $AB$ , и колика је површина овог паралелограма!
- b) Израчунајте дужину дијагонале  $AC$  овог паралелограма!
- c) Означите  $\overrightarrow{AD}$  вектор са  $\mathbf{a}$ , а  $\overrightarrow{DB}$  вектор са  $\mathbf{b}$ . Изразите векторе  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{CD}$  уз помоћ вектора  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  !

|     |           |  |
|-----|-----------|--|
| a)  | 4 бода    |  |
| b)  | 4 бода    |  |
| c)  | 4 бода    |  |
| У.: | 12 бодова |  |



**15.** Приликом једног случајног експеримента истовремено бацамо две коцкице за игру. Овај експеримент понављамо више пута. После сваког бацања бележимо збир добијених бројева. После првих девет експеримената забележени су следећи збирови: 9, 3, 5, 4, 11, 6, 9, 6, 10.

**a)** Израчунајте обим, медијану, просек и дисперзију узорка (групе) података која се састоји од девет елемената!

Означимо са  $A$  догађај да је резултат експеримента већи од 4, а мањи од 9.

**b)** Одредите релативну фреквенцију за првих девет експеримената!

**c)** Израчунајте вероватноћу догађаја  $A$ !

|            |           |  |
|------------|-----------|--|
| <b>a)</b>  | 5 бодова  |  |
| <b>b)</b>  | 2 бодова  |  |
| <b>c)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>У.:</b> | 13 бодова |  |





## Б

**Међу задацима 16–18. треба решити два по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2!**

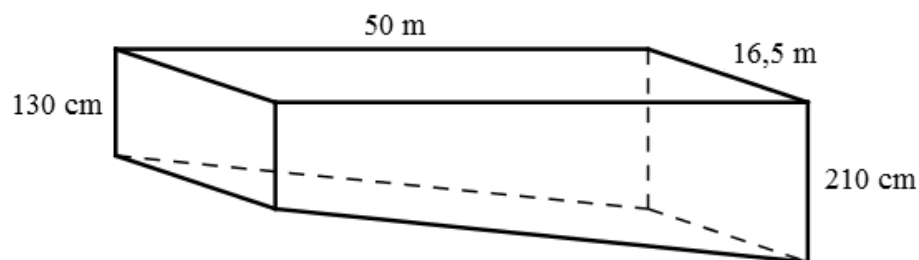
- 16.** На једом шtrandу су сваки дан током једне летње недеље бележили највишу дневну температуру и број продатих улазница тога дана. У доњој табели се виде забележени подаци.

|                                 | понедељак | уторак | среда | четвртак | петак | субота | недеља |
|---------------------------------|-----------|--------|-------|----------|-------|--------|--------|
| највиша дневна температура (°C) | 31        | 28     | 27    | 31       | 32    | 33     | 28     |
| број продатих улазница          | 1246      | 1315   | 1167  | 1275     | 1358  | 2617   | 1786   |

Размотримо следећу тврдњу која се односи на вредности које су дате у табели: *Ако је највиша дневна температура била већа од  $30^{\circ}\text{C}$ , онда је тога дана продато више од 1200 улазница.*

- a) Одредите логичку вредност (тачно или нетачно) наведене тврдње! Образложите свој одговор!
- b) Напишите обрнуту тврдњу и одредите логичку вредност (тачно или нетачно) обрнуте тврдње! Образложите свој одговор!

Један базен на купалишту је дугачак 50 м, а широк је 16,5 м, на једном крају је дубок 130 цм, а на другом је 210 цм. Дубина базена равномерно расте са једног краја на други.



- c) Колико највише воде може стати у овај базен? Резултат заокружите на десет кубних метара!

На базену се организује такмичење за 8 учесника једног пливачког кампа. Такмичари су случајним избором распоређени у 8 пливачких стаза.

- d) Колика је вероватноћа да ће два такмичара, Матија и Сара пливати у две суседне пливачке стазе?

|            |           |  |
|------------|-----------|--|
| <b>a)</b>  | 2 бода    |  |
| <b>b)</b>  | 3 бода    |  |
| <b>c)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>d)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>У.:</b> | 17 бодова |  |

**Међу задацима 16–18. треба решити два по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2!**

- 17.**    **a)** Чланови једног низа су цели позитивни бројеви (у растућем редоследу), који када се поделе са 3 имају остатак 1. Одредите 56. члан тог низа, а одредите и који је члан тог низа број 1456.
- b)** Напишите једначину праве која пролази кроз тачку  $A(14; 56)$  и нормална је на праву чија једначина је  $y = 3x + 1$ !
- c)** Одредите скуп вредности за функцију  $x \mapsto 3 \cdot |x+1|$  дату у затвореном интервалу  $[-14; 56]$ !

|            |           |  |
|------------|-----------|--|
| <b>a)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>b)</b>  | 5 бодова  |  |
| <b>c)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 бодова |  |



**Међу задацима 16–18. треба решити два по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2!**

**18.** Лозинка за коришћење компјутера је безбеднија (сигурнија) ако се састоји од што више карактера, и садржи што више од следеће три врсте карактера:

- велика слова (латинична слова енглеске абецеде: 26 различитих могућности),
- мала слова (такође 26 различитих могућности),
- цифре (0, 1, ...9 )

Компјутерски програм „Сирова снага“ је у стању да сваке секунде испроба отпр. 15 милиона лозинки.

Андријина лозинка није одговарајуће безбедна, та лозинка је типа **A**: те лозинке се састоје од шест различитих цифара.

**a)** За колико времена ће програм „Сирова снага“ испробати све могуће лозинке типа **A**?

Бојанова лозинка је средње безбедна, та лозинка је типа **B**: те лозинке се састоје од осам малих слова. Цицина лозинка је довољно безбедна, она је типа **C**: те лозинке се састоје од десет слова од којих су два велика слова, а преосталих осам су мала. (код лозинки типа **B** и типа **C** може бити и истих карактера.)

**b)** Колико је пута више времена потребно програму „Сирова снага“ док испроба све могуће различите лозинке типа **C** од свих лозинки типа **B**?

Један компјутерски програм упоређује ниво безбедности лозинки. Током процеса упоређује ниво безбедности дате лозинке са свим другим датим лозинкама (Упоређивање две лозинке програм извршава само једном.). У једном процесу током испитивања свих лозинки програм је извршио мање од 900 упоређивања.

**c)** Колико је највише лозинки програм упоредио?

Шифровани алгоритми често користе велике просте бројеве. Почетком 2018. године је објављена вест да је пронађен до сада највећи прост број: то је број  $2^{77\ 232\ 917} - 1$ .

На једној интернет страници која се бави темама из области математике, налази се следећи напис: „Приликом одређивања броја цифара једног позитивног броја у систему бројева основе 10- декадном систему, најпре за тај број одредимо логаритам основе 10. Најмањи од бројева који су већи од од овако добијеног броја ће бити број цифара тог позитивног броја.”

**a)** Прикажите претходно описаном методом да се број  $2^{77\ 232\ 917}$  (написан у декадном систему) састоји од 23 249 425 цифара!

|            |           |  |
|------------|-----------|--|
| <b>a)</b>  | 4 бода    |  |
| <b>b)</b>  | 4 бода    |  |
| <b>c)</b>  | 6 бодова  |  |
| <b>d)</b>  | 3 бода    |  |
| <b>Ö.:</b> | 17 бодова |  |



|               | редни број задатка | број бодова           |           |        |
|---------------|--------------------|-----------------------|-----------|--------|
|               |                    | максималан            | постигнут | укупан |
| II. A rész    | 13.                | 11                    |           |        |
|               | 14.                | 12                    |           |        |
|               | 15.                | 13                    |           |        |
| II. B rész    |                    | 17                    |           |        |
|               |                    | 17                    |           |        |
|               |                    | ← изостављени задатак |           |        |
| <b>УКУПНО</b> |                    | <b>70</b>             |           |        |

|   | број бодова |           |
|---|-------------|-----------|
|   | максималан  | постигнут |
| I. део                                  | 30          |           |
| II. деорész                             | 70          |           |
| <b>Број бодова писменог дела испита</b> | <b>100</b>  |           |

\_\_\_\_\_

датум

\_\_\_\_\_

наставник који исправља

|          | pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve |                 |
|----------|---|-----------------|
|          | elért                                   | programba beírt |
| I. rész  |   |                 |
| II. rész |   |                 |

\_\_\_\_\_

дátum

\_\_\_\_\_

дátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző