

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

**MATEMATIKA
SPANYOL NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

2019. május 7. 8:00

I.

Időtartam: 57 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Información importante

1. Para la resolución de los ejercicios dispone de 57 minutos; acabado este tiempo debe finalizar el trabajo.
2. El orden para resolver los ejercicios es opcional.
3. Para la resolución de los problemas se puede usar una calculadora que no tenga memoria de datos y cualquier libro con tablas y fórmulas. No se puede usar ayuda electrónica ni impresa.
4. **Escriba el resultado final del ejercicio en el recuadro indicado para ello.** Sólo tiene que indicar los pasos que le llevan a la solución en caso de que se lo pidan.
5. Escriba con bolígrafo. Se pueden hacer los dibujos a lápiz. Todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo no se calificará. Si tacha cualquier respuesta o una parte de ella, esa parte no se tendrá en cuenta.
6. Sólo se puede puntuar una solución por ejercicio. En caso de que haya varios procedimientos para la resolución, debe indicar con absoluta claridad cuál es el válido.
7. Por favor, **no escriba nada en los recuadros de puntuación de color gris.**

1. Resuelva la siguiente ecuación en el conjunto de los números reales:

$$x^2 + x - 2 = 0$$

	2 puntos	
--	----------	--

2. En un banquete de boda preguntaron a cinco personas sentadas en una mesa cuántos conocidos suyos se sientan en la misma mesa. Las respuestas de cuatro personas son: 4, 4, 4, 3.
¿Cuántos conocidos tiene en la mesa la quinta persona?

	2 puntos	
--	----------	--

3. Calcule el valor de x si: $2^{16} = 16^x$.

	2 puntos	
--	----------	--

4. El volumen de una botella de forma cilíndrica es 1 litro. Su altura es 20 cm. Calcule el radio de la base de la botella. Desarrolle su respuesta.

	3 puntos	
	1 punto	

5. Determine el valor lógico (verdadero o falso) de las siguientes afirmaciones.

A: Si un número es divisible por 12, entonces también es divisible por 6.

B: Si un número es divisible por 3, entonces también es divisible por 6.

C: Un número es divisible por 6 sí y solo sí es divisible por 2 y por 3.

A:	2 puntos	
B:		
C:		

6. Determine el máximo común divisor de estos números: $2^3 \cdot 3 \cdot 7^4 \cdot 19$ y $2^5 \cdot 7^2 \cdot 19$.

	2 puntos	
--	----------	--

7. Determine la posición y valor del mínimo de la función $x \mapsto 2(x-1)^2 + 5$, definida en el conjunto de los números reales.

Posición del mínimo:	1 punto	
Valor del mínimo:	1 punto	

8. ¿Cuál es el número que es menor de 2 que el valor absoluto de este mismo número?

	2 puntos	
--	----------	--

9. Determine las raíces de la función $x \mapsto \sin x$ en el intervalo cerrado $[0; 2\pi]$.

	2 puntos	
--	----------	--

- 10.** El primer término de una progresión geométrica es 2, el cuarto término es 54.
Determine la suma de los primeros cinco términos. Desarrolle su respuesta.

	3 puntos	
	1 punto	

- 11.** Determine el radio y las coordenadas del centro de la circunferencia definida con la siguiente ecuación: $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 25$

El centro de la circunferencia:	2 puntos	
El radio de la circunferencia:	1 punto	

- 12.** En una clase hay 32 alumnos. De éstos 14 son chicas. Elegimos de los alumnos de clase 2 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que elijamos dos chicas?
Desarrolle su respuesta.

	2 puntos	
	1 punto	

		puntos	
		máximos	conseguidos
Parte I.	ejercicio 1	2	
	ejercicio 2	2	
	ejercicio 3	2	
	ejercicio 4	4	
	ejercicio 5	2	
	ejercicio 6	2	
	ejercicio 7	2	
	ejercicio 8	2	
	ejercicio 9	2	
	ejercicio 10	4	
	ejercicio 11	3	
	ejercicio 12	3	
Total		30	

fecha

profesor que corrige

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

**MATEMATIKA
SPANYOL NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

2019. május 7. 8:00


II.

Időtartam: 169 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Información importante

1. Para la resolución de los ejercicios se dispone de 169 minutos, acabado este tiempo se debe finalizar el trabajo.
2. El orden para resolver los ejercicios es opcional.
3. En la parte **B** solo se tiene que resolver dos de los tres ejercicios propuestos. **Una vez finalizado el examen se tiene que escribir el número del ejercicio que no se resuelva en este recuadro.** Si para el profesor que corrige *no queda absolutamente claro* cuál es el ejercicio no elegido, entonces respetando el orden en el que aparecen los ejercicios, no se dará puntos para el último ejercicio. 
4. Para la resolución de los problemas se puede usar una calculadora que no tenga memoria de datos y cualquier libro con tablas y fórmulas. No se puede usar ayuda electrónica ni impresa.
5. **Por favor, especifique los pasos que ha seguido en el desarrollo del ejercicio hasta llegar a la solución porque la mayoría de los puntos que se pueden obtener se dan por las explicaciones.**
6. **Preste atención especial a que todos los pasos en el proceso de la resolución puedan seguirse de manera clara.**
7. En el desarrollo de los pasos, **el uso de la calculadora – sin otras explicaciones matemáticas – se puede aceptar para el cálculo de las siguientes operaciones:** sumas, restas, productos, divisiones, potencias, raíces, $n!$, números combinatorios $\binom{n}{k}$, cálculo de valores de estas funciones (sen, cos, tg, log y sus inversas) sin necesidad de emplear las tablas del libro de fórmulas, para dar los valores aproximados de π y el número e , para calcular las soluciones de la ecuación general de segundo grado. Se pueden calcular la media y la desviación típica con la calculadora sin otros razonamientos matemáticos en aquellos casos en los que no se puede deducir del enunciado del ejercicio que sea necesario indicar el desarrollo de esos cálculos. **En otros casos en los que los cálculos se realicen solo con calculadora, sin indicar los pasos explicativos intermedios, no se recibirá puntos.**
8. Al resolver los ejercicios, si se necesita hacer referencia a alguno de los teoremas conocidos, como, por ejemplo, el teorema de Pitágoras o el teorema de la altura, no se tiene que especificar su enunciado ni la demostración; es suficiente nombrarlos y *explicar brevemente por qué se pueden aplicar.*
9. Se tiene que explicar también el resultado (la respuesta del problema) con alguna o algunas frases.
10. Escriba con bolígrafo. Se pueden hacer los dibujos a lápiz. Todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo no se calificará. Si tacha cualquier respuesta o una parte de ella, esa parte no se tendrá en cuenta.

11. Sólo se puede puntuar una solución por ejercicio. En caso de que haya varios procedimientos para la resolución, debe **indicar, con absoluta claridad**, cuál es el válido.

12. Por favor, **no escriba nada en los recuadros de puntuación de color gris**.

A

13. Dos grupos visitan el parque zoológico de la ciudad. El primer grupo compra entradas para 1 adulto y 4 niños y por eso paga 4300 Ft. El segundo grupo compra entradas para 2 adultos y 5 niños y por eso paga 6350Ft.

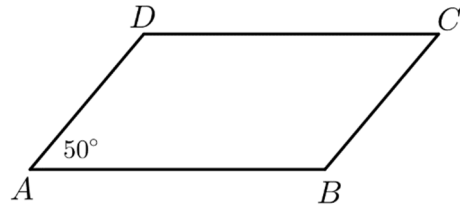
a) Calcule los precios de las entradas.

El precio bruto de las entradas es la suma de precio neto e IVA. El IVA es el 27% del precio neto.

b) ¿Cuánto es el IVA del precio bruto 6350 Ft y qué porcentaje será el IVA respecto al precio bruto?

a)	6 puntos	
b)	5 puntos	
T.:	11 puntos	

14. El lado AB de un paralelogramo es de 5 cm, y el lado AD es de 3 cm. El ángulo en el vértice A es 50° .



- a) Calcule la altura perteneciente al lado AB y el área del paralelogramo.
- b) Calcule la longitud del diagonal AC .
- c) Definimos \mathbf{a} como el vector \overrightarrow{AD} y \mathbf{b} como el vector \overrightarrow{DB} . Determine los vectores \overrightarrow{AC} y \overrightarrow{CD} mediante los vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} .

a)	4 puntos	
b)	4 puntos	
c)	4 puntos	
T.:	12 puntos	

15. En un experimento aleatorio lanzamos dos dados regulares a la vez. Repetimos este experimento varias veces más. Después de cada lanzamiento anotamos siempre la suma de los dos números obtenidos y consideramos esta suma como el resultado del experimento.

Después de 9 lanzamientos anotamos estas sumas: 9, 3, 5, 4, 11, 6, 9, 6, 10.

a) Calcule el rango, la mediana, la media y la desviación típica de estos datos.

Sea el suceso A el resultado del experimento, si un número obtenido es mayor que 4 pero menor que 9.

b) Determine la frecuencia relativa de suceso A en estos nueve lanzamientos.

c) Calcule la probabilidad del suceso A .

a)	5 puntos	
b)	2 puntos	
c)	6 puntos	
T.:	13 puntos	

B

Solo tiene que resolver dos de entre los ejercicios 16-18. Puede elegirlos libremente. Escriba el número del ejercicio eliminado en el recuadro de la página 2.

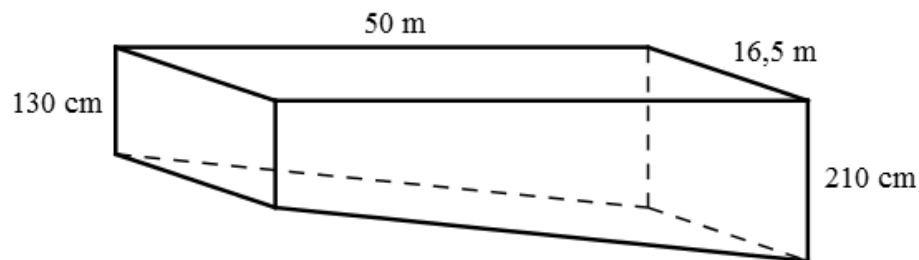
- 16.** En un complejo de piscinas anotaron cada día de una semana la temperatura máxima y el número de las entradas vendidas. La siguiente tabla adjunta muestra los datos obtenidos.

	lunes	martes	miércoles	jueves	viernes	sábado	domingo
temperatura máxima (°C)	31	28	27	31	32	33	28
entradas vendidas	1246	1315	1167	1275	1358	2617	1786

La afirmación siguiente se refiere a los datos de la tabla: *Si la temperatura máxima del día es mayor de 30°C entonces el número de entradas vendidas de este día es mayor de 1200.*

- Determina el valor lógico de esta afirmación (verdadero o falso). Justifique su respuesta.
- Redacte la afirmación recíproca de la anterior y determine su valor lógico. Justifique su respuesta.

Una de las piscinas del recinto tiene una longitud de 50 m de largo, 16,5 m de ancho y las profundidades de los extremos son 130 cm y 210 cm respectivamente. Su profundidad aumenta uniformemente de un extremo a otro.



- ¿Cuál es el volumen máximo del agua que cabe en la piscina? Escriba la respuesta en m^3 , redondeando a la decena.

En la piscina se organizan una competición para 8 participantes del campamento de natación. Se reparten a los competidores al azar entre los ocho carriles de la piscina.

- ¿Cuál es la probabilidad de que dos competidores, Matyi y Sári, naden en carriles adyacentes?

a)	2 puntos	
b)	3 puntos	
c)	6 puntos	
d)	6 puntos	
T.:	17 puntos	

**Solo tiene que resolver dos de entre los ejercicios 16-18. Puede elegirlos libremente.
Escriba el número del ejercicio eliminado en el cuadrado de la página 2.**

- 17.**
- a)** Los términos de una sucesión son números enteros positivos (en orden creciente) de los cuales al dividirlos por tres dan uno como resto. Determine el término 56 de la sucesión y en qué posición se sitúa el número 1456.
 - b)** Escriba la ecuación de la recta perpendicular a la recta $y = 3x + 1$ y que pasa por el punto $A(14; 56)$.
 - c)** Determine el rango (el intervalo de variable dependiente), de la función $x \mapsto 3 \cdot |x + 1|$ definida en el intervalo cerrado $[-14; 56]$.

a)	6 puntos	
b)	5 puntos	
c)	6 puntos	
T.:	17 puntos	

**Solo tiene que resolver dos de entre los ejercicios 16-18. Puede elegirlos libremente.
Escriba el número del ejercicio eliminado en el cuadrado de la página 2.**

- 18.** Una contraseña será más segura si contiene varios caracteres, aun más si contiene más cantidad de caracteres, y más aun si combina los siguientes tipos:
- letras mayúsculas (las letras del abecedario inglés: 26 posibilidades),
 - letras minúsculas (también 26 posibilidades diferentes),
 - dígitos (0, 1, ..., 9).

Una aplicación informática, que se llama Fuerza Cruda, puede comprobar de 15 millones de contraseña por segundo.

La contraseña de Andrés no es lo suficientemente segura, ya que es del tipo **A**, las cuáles están formadas por seis cifras distintas.

- a)** ¿Cuánto tiempo necesita la aplicación Fuerza Cruda para comprobar todas las posibles contraseñas del tipo **A**?

La contraseña de Balázs es segura moderadamente, ya que es del tipo **B**: estas contraseñas están formadas por ocho letras minúsculas. La contraseña de Cili sí es lo suficientemente segura, el tipo **C**: ya que éstas están construidas por 10 letras de las cuales, cualquiera estas dos son mayúsculas y las otras ocho son letras minúsculas. (Las contraseñas de tipo **B** y **C** pueden contener caracteres repetidos.)

- b)** ¿Cuántas veces sería mayor el tiempo para que la aplicación Fuerza Cruda pueda comprobar todas las posibles contraseñas del tipo **C**, comparando con el tiempo de comprobación de todas las contraseñas del tipo **B**?

Un programa informático compara los niveles de seguridad de unas determinadas contraseñas. Durante este proceso compara el nivel de seguridad de cada contraseña con el nivel de seguridad de todas las contraseñas existentes. (El programa realiza la comparación de dos contraseñas solo una vez.) En una ocasión, este programa durante el analisis de algunas contraseñas, realizó menos de 900 comparaciones.

- c)** ¿Cuántas comparaciones realizó el programa como máximo?

Los algoritmos de codificación muchas veces utilizan números primos, grandes. Al principio de 2018 corrió la noticia de que habían encontrado el número primo más grande hasta el momento, este es: $2^{77\ 232\ 917} - 1$. En una página web que trata sobre temas de matemáticas se puede leer: „Para determinar el número de cifras de un número entero, escrito en el sistema decimal hay que tomar el logaritmo en base 10 de este mismo número. Así el siguiente número entero del número obtenido coincidirá con el número de cifras de éste mismo.”

- d)** Justifique con este método que $2^{77\ 232\ 917}$ (escrito en el sistema decimal) está formado por 23 249 425 cifras.

a)	4 puntos	
b)	4 puntos	
c)	6 puntos	
d)	3 puntos	
T.:	17 puntos	

	Número del ejercicio	puntos		
		máximos	conseguidos	total
Parte II. A	13.	11		
	14.	12		
	15.	13		
Parte II. B		17		
		17		
	← ejercicio no elegido			
Total		70		

	puntos	
	máximos	conseguidos
Parte I.	30	
Parte II.	70	
Puntuación de la parte escrita del examen	100	

fecha

Profesor que corrige

	pontszáma egész sámra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző