

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.**

**MATEMATIKA  
ROMÁN NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ  
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2019. május 7. 8:00**

**I.**

Időtartam: 57 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Informații utile

1. Candidații vor avea la dispoziție 57 de minute pentru rezolvarea problemelor, după care nu vor mai putea lucra.
2. Ordinea de rezolvare a problemelor este opțională.
3. La rezolvarea problemelor se pot folosi calculatoare, fără funcție de salvare, respectiv, de afișare a datelor alfanumerice, și, orice tabele de funcții matematice de patru cifre. Este interzisă folosirea altor materiale ajutătoare electronice sau scrise.
4. **Treceți rezultatele problemelor în rubricile indicate**, nu detaliați rezolvarea, decât dacă se cere în text.
5. Problemele se vor rezolva cu stilou sau pix, la desenarea figurilor se poate folosi și creionul. Profesorul examinator nu are dreptul să corecteze alte părți din lucrare scrise cu creionul, în afara figurilor. Soluția tăiată, sau o parte din soluție, care este tăiată, nu se va lua în considerare.
6. La fiecare problemă se va lua în considerare numai o singură soluție. Dacă sunt mai multe încercări de rezolvare, indicați clar, care variantă o considerați valabilă.
7. Vă rugăm, **nu scrieți nimic în dreptunghiurile de culoarea gri, lăsate goale.**

1. Să se rezolve ecuația următoare în mulțimea numerelor reale.

$$x^2 + x - 2 = 0$$

	2 puncte	
--	----------	--

2. La o nuntă am întrebat membrii unui grup de cinci persoane de la aceeași masă, câți cunoscuți au în jurul mesei (persoanele se cunosc reciproc). Patru persoane la rând au răspuns astfel: 4,4,4,3 persoane. Câți cunoscuți are în jurul mesei cea de-a cincea persoană?

	2 puncte	
--	----------	--

3. Să se determine valoarea lui  $x$  știind că:  $2^{16} = 16^x$ .

	2 puncte	
--	----------	--

4. Volumul unui flacon de forma unui cilindru circular este de 1 litru, înălțimea este de 20 cm. Să se calculeze raza cercului de la baza flaconului. Să se detalieze calculele.

	3 puncte	
	1 punct	

5. Să se determine valoarea logică ( adevărat sau fals) a afirmațiilor următoare:

**A:** Dacă un număr este divizibil cu 12, atunci numărul este divizibil cu 6.

**B:** Dacă un număr este divizibil cu 3, atunci numărul este divizibil cu 6.

**C:** Un număr este divizibil cu 6, dacă și numai dacă este divizibil cu 2 și cu 3.

<b>A:</b>	2 puncte	
<b>B:</b>		
<b>C:</b>		

6. Să se determine cel mai mare divizor comun al numerelor  $2^3 \cdot 3 \cdot 7^4 \cdot 19$  și  $2^5 \cdot 7^2 \cdot 19$ .

	2 puncte	
--	----------	--

7. Să se determine punctul de minim respectiv valoarea minimă a funcției, definite pe mulțimea numerelor reale prin:  $x \mapsto 2(x-1)^2 + 5$ .

Punctul de minim este:	1 punct	
Valoarea minimă este:	1 punct	

8. Care este acel număr, care este mai mic cu 2 decât valoarea lui absolută ?

	2 puncte	
--	----------	--

9. Să se determine zerourile funcției  $x \mapsto \sin x$ , definită pe intervalul închis  $[0; 2\pi]$ .

	2 puncte	
--	----------	--

- 10.** Într-o progresie geometrică primul termen este 2, al patrulea termen este 54.  
Să se determine suma primilor cinci termeni ai progresiei. Să se detalieze calculele.

	3 puncte	
	1 punct	

- 11.** Să se determine coordonatele centrului, respectiv raza cercului de ecuație:  
 $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 25$ .

Centrul cercului:	2 puncte	
Raza cercului:	1 punct	

12. Într-o clasă de 32 de persoane sunt 14 fete. Alegem la întâmplare două persoane din clasă. Să se determine probabilitatea alegerii a două fete.  
Să se detalieze calculele.

	2 puncte	
	1 punct	

		punctaj	
		maxim	obținut
Partea I	problema 1	2	
	problema 2	2	
	problema 3	2	
	problema 4	4	
	problema 5	2	
	problema 6	2	
	problema 7	2	
	problema 8	2	
	problema 9	2	
	problema 10	4	
	problema 11	3	
	problema 12	3	
<b>TOTAL</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

data

\_\_\_\_\_

profesor examinator

	punctaj	
	elert	programba beirt
I. rész		

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

**Megjegyzések:**

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.**

**MATEMATIKA  
ROMÁN NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ  
ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2019. május 7. 8:00**

**II.**

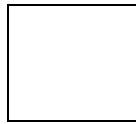
Időtartam: 169 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Informații utile

1. Candidații vor avea la dispoziție 169 de minute pentru rezolvarea problemelor, după care nu vor mai putea lucra.
2. Ordinea de rezolvare a problemelor este opțională.
3. Se vor rezolva numai două dintre cele trei probleme date la **capitolul B. La terminarea lucrării treceți în chenarul de mai jos numărul curent al problemei pe care nu ați ales-o de rezolvat.** Dacă profesorul, care corectează lucrarea *nu are informații clare* despre problema care nu a fost aleasă pentru rezolvare, candidatul nu va primi puncte la ultima problemă în ordinea indicată.



4. Se pot folosi calculatoare care nu au funcție de salvare, respectiv de afișare a datelor alfanumerice, și tabele de funcții matematice cu patru cifre, de orice fel. Este interzisă folosirea altor materiale ajutătoare electronice sau scrise.
5. **Prezentați întotdeauna raționamentul folosit la rezolvarea problemei, pentru că o bună parte din puncte se acordă pentru acest raționament.**
6. **Aveți grijă ca și calculele parțiale mai importante să fie clar prezentate.**
7. În detalierea raționamentului **se acceptă folosirea calculatorului - fără justificări matematice adiționale – pentru a efectua următoarele operații:** adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere, extragerea rădăcinii, calculul lui  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$ , pentru a substitui tabelele (sin, cos, tg, log și inversele lor) din culegerea de tabele de funcții, pentru a determina valoarea aproximativă a numărului  $\pi$  și  $e$ , pentru a determina rădăcinile ecuației de gradul doi aranjată în ordine descrescătoare și egală cu zero. Se admite folosirea calculatorului fără justificări matematice adiționale pentru a calcula valoarea medie și abaterea medie pătratică în cazul în care în textul problemei nu se cere în mod explicit prezentarea detaliată a calculelor parțiale. **În toate celelalte cazuri calculele efectuate cu un calculator vor fi considerate operații nejustificate pentru care nu se vor acorda puncte.**
8. Teoremele însușite la școală, aplicate la rezolvarea problemelor, și cunoscute după denumirea lor (teorema lui Pitagora, teorema înălțimii) nu trebuie să fie exact citate. Faceți referință doar la ele, însă *justificați pe scurt aplicarea lor.*
9. Rezultatul final al problemei (răspunsul la întrebarea pusă) se va explica și textual.

10. Problemele se vor rezolva cu stilou sau pix, la desenarea figurilor se poate folosi și creionul. În afara figurilor, profesorul examinator nu are dreptul să corecteze alte părți din lucrare, scrise cu creionul. Soluția tăiată, sau o parte din soluție, care este tăiată, nu se va lua în considerare.
11. La fiecare problemă se va lua în considerare o singură rezolvare. Dacă sunt mai multe încercări de rezolvare, **indicați clar**, care variantă o considerați valabilă.
12. Vă rugăm, **nu treceți nimic în dreptunghiurile goale de culoarea gri!**

## A

**13.** Două grupuri vizitează grădina zoologică. Unul dintre ele plătește la intrare 4300 Ft. pentru 1 bilet de adult respectiv pentru 4 bilete de copii, iar celălalt grup plătește 6350 Ft. pentru 2 bilete de adulți respectiv pentru 5 bilete de copii.

**a)** Să se calculeze prețul unui bilet de adult respectiv prețul unui bilet de copil.

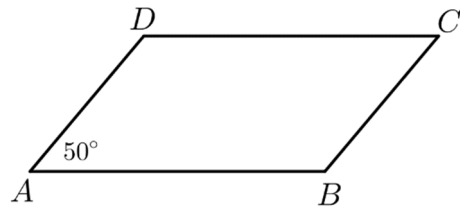
Prețul brut al билетelor este suma prețului net respectiv cu taxa pe valoare adăugată (tva). Tva-ul este 27% din prețul net al билетului.

**b)** Care este valoarea tva-ului din prețul brut de 6350 Ft. al билетelor, respectiv cât la sută din prețul brut al билетelor este tva-ul?

<b>a)</b>	6 puncte	
<b>b)</b>	5 puncte	
<b>T.:</b>	11 puncte	



14. Latura  $AB$  a paralelogramului  $ABCD$  este de 5 cm, iar latura  $AD$  de 3 cm. Unghiul paralelogramului cu vârful în punctul  $A$  este de  $50^\circ$ .



- a) Să se calculeze lungimea înălțimii corespunzătoare laturii  $AB$ , respectiv aria paralelogramului.
- b) Să se calculeze lungimea diagonalei  $AC$  a paralelogramului.
- c) Notăm vectorul  $\overrightarrow{AD}$  prin  $\mathbf{a}$ , respectiv vectorul  $\overrightarrow{DB}$  prin  $\mathbf{b}$ . Să se exprime vectorii  $\overrightarrow{AC}$  respectiv  $\overrightarrow{CD}$  cu ajutorul vectorilor  $\mathbf{a}$  și  $\mathbf{b}$ .

a)	4 puncte	
b)	4 puncte	
c)	4 puncte	
T.:	12 puncte	



**15.** Fie experimentul reprezentat de aruncarea simultană a două zaruri obișnuite. Experimentul se repetă de mai multe ori. După fiecare experiment se adună cele două numere de pe zarurile aruncate și suma obținută va fi rezultatul experimentului. În urma primelor nouă experimente s-au notat următoarele sume: 9, 3, 5, 4, 11, 6, 9, 6, 10.

**a)** Să se determine amplitudinea absolută, mediana, media și abaterea standard a setului de date formate din cele 9 numere.

Evenimentul  $A$  va fi cel în care rezultatul experimentului este mai mare decât 4 dar mai mic decât 9.

**b)** Să se determine frecvența relativă a evenimentului  $A$  după primele nouă experimente efectuate.

**c)** Să se afle probabilitatea evenimentului  $A$ .

<b>a)</b>	5 puncte	
<b>b)</b>	2 puncte	
<b>c)</b>	6 puncte	
<b>T.:</b>	13 puncte	





## B

**Dintre problemele 16-18 veți rezolva două, opțional alese. Treceți în chenarul gol de pe pagina a 2-a numărul problemei pe care nu ați ales-o.**

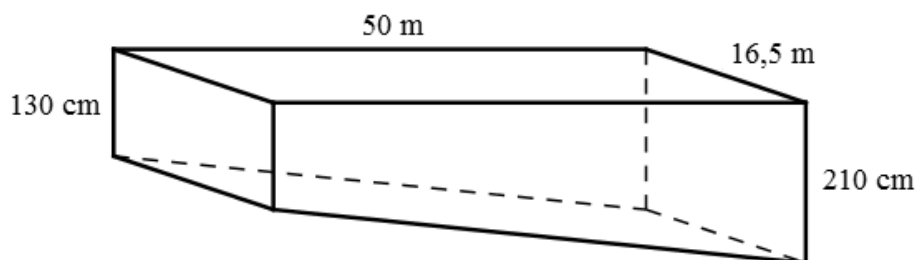
16. Într-o săptămână de vară la un ștrand s-a înregistrat zilnic temperatura cea mai înaltă, respectiv numărul biletelor vândute la intrare. Datele astfel obținute sunt trecute în tabelul alăturat.

	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică
temperatura maximă zilnică (°C)	31	28	27	31	32	33	28
numărul biletelor vândute la intrare	1246	1315	1167	1275	1358	2617	1786

Să considerăm afirmația următoare privind datele din tabel: *Dacă temperatura maximă zilnică este peste 30 °C, numărul biletelor vândute în ziua respectivă este de peste 1200.*

- Să se determine valoarea logică a afirmației de mai sus (adevărat sau fals). Justificați răspunsul dat.
- Să se enunțe reciproca afirmației de mai sus și să se determine valoare logică a afirmației reciproce. Justificați răspunsul dat.

Una dintre piscinele ștrandului are o lungime de 50 m și o lățime de 16,5 m, iar adâncimea la un capăt este de 130 cm și de 210 cm la celălalt capăt. Adâncimea piscinei crește uniform de la un capăt la altul.



- Ce cantitate de apă încapă cel mult în piscină? Să se dea răspunsul rotunjit la zeci de metri cub.

În această piscină se organizează un concurs de înot pentru cei 8 participanți la o tabără de natație. Participanții sunt repartizați la întâmplare pe cele 8 piste ale piscinei.

- Care este probabilitatea ca înotătorii Matyi și Sári să fie repartizați la concurs pe două piste alăturate?

<b>a)</b>	2 puncte	
<b>b)</b>	3 puncte	
<b>c)</b>	6 puncte	
<b>d)</b>	6 puncte	
<b>T.:</b>	17 puncte	

**Dintre problemele 16-18 veți rezolva două, opțional alese. Treceți în chenarul gol de pe pagina a 2-a numărul problemei pe care nu ați ales-o.**

17. a) Termenii unui șir sunt acele numere întregi și pozitive (în ordine crescătoare), care la împărțirea prin 3 dau restul egal cu 1. Să se determine al 56-lea termen al șirului, apoi să se determine al câtelea este în acest șir termenul egal cu 1456?
- b) Să se scrie ecuația dreptei care trece prin punctul  $A(14; 56)$  și este perpendiculară pe dreapta de ecuație  $y = 3x + 1$ .
- c) Să se determine mulțimea valorilor funcției definite prin  $x \mapsto 3 \cdot |x + 1|$  pe intervalul închis  $[-14; 56]$ .

a)	6 puncte	
b)	5 puncte	
c)	6 puncte	
<b>T.:</b>	17 puncte	



**Dintre problemele 16-18 veți rezolva două, opțional alese. Treceți în chenarul gol de pe pagina a 2-a numărul problemei pe care nu ați ales-o.**

- 18.** O parolă de la calculator este cu atât mai sigură cu cât este mai lungă (cu cât mai multe caractere), și cu cât are mai multe dintre următoarele trei tipuri de caractere:
- majuscule (literele alfabetului englez: 26 de posibilități diferite),
  - litere mici (la fel, 26 de posibilități diferite),
  - cifre (0, 1, ..., 9).

Aplicația pe calculator denumită Fortă Brută poate testa circa 15 milioane de parole pe secundă.

Parola lui András nu este destul de sigură, este de tipul **A**. Aceste parole sunt cele care se compun numai din șase cifre diferite.

- a)** În cât timp testează aplicația Fortă Brută toate parolele posibile de tipul **A**?

Parola lui Balázs are un nivel mediu de securitate, fiind de tipul **B**. Aceste parole se compun din 8 caractere numai din litere mici. Cili are o parolă de securitate corespunzătoare, de tipul **C**. Acestea sunt parolele care au zece caractere, dintre care două litere majuscule, iar restul de opt caractere litere mici. (În parolele de tipul **B** respectiv **C** pot apărea caractere identice.)

- b)** Aplicația Fortă Brută de câte ori mai mult timp va avea nevoie pentru testarea tuturor parolilor diferite de tipul **C** decât pentru testarea tuturor parolilor de tipul **B**?

Un program de calculator compară nivelul de securitate a două parole date. Procedeu constă în comaparea fiecărei parole cu toate celelalte parole date. (Programul compară două parole numai o singură dată). Odată, la o astfel de testare a parolilor, programul a efectuat mai puțin de 900 de comparații.

- c)** Câte parole a comparat cel mult programul?

Algoritmii de criptare folosesc adeseori numere prime mari. Vestea identificării celui mai mare număr prim de până acum a apărut la începutul anului 2018 numărul respectiv fiind egal cu  $2^{77\ 232\ 917} - 1$ .

Pe un site din domeniul matematicii se poate citi următoarea afirmație: ” pentru determinarea numărului de cifre ale unui număr întreg pozitiv, scris în sistemul zecimal de numerație se va lua mai întâi logaritmul în baza 10 al numărului respectiv. Numărul cifrelor numărului în cauză va fi numărul cel mai mic dintre numerele întregi mai mari, decât rezultatul logaritmului.”

- d)** Să se arate cu ajutorul metodei de mai sus că numărul  $2^{77\ 232\ 917}$  (scris în sistemul zecimal de numerație) conține 23 249 425 cifre.

<b>a)</b>	4 puncte	
<b>b)</b>	4 puncte	
<b>c)</b>	6 puncte	
<b>d)</b>	3 puncte	
<b>T.:</b>	17 puncte	



	numărul curent al problemei	punctaj		
		maxim	obținut	total
Partea II. A	13.	11		
	14.	12		
	15.	13		
Partea II. B		17		
		17		
		← problema care nu a fost aleasă		
<b>TOTAL</b>		<b>70</b>		

	punctaj	
	maxim	obținut
Partea I	30	
Partea II	70	
<b>Punctajul lucrării scrise</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_

data

\_\_\_\_\_

profesor examinator

	punctaj	
	maxim	obținut
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző