ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

MATEMATIKA OROSZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Важная информация

Информация по форме проверки

1. Просим произвести проверку теста разборчиво, **ручкой, цвет которой отличается** от ручки ученика.
2. В первом сером поле, расположенном рядом с заданием, указано максимальное количество баллов по данному заданию. **Количество баллов**, которое ставит учитель, указывается в соседнем **поле**.
3. **В случае совершенно правильного решения** рядом с записью максимального количества баллов просим поставить галочку, что означает, что Вы проверили данный ход мысли и квалифицировали его как правильный.
4. В случае недостаточного/ошибочного решения **кроме указания на ошибку** просим также вписать в тест и **отдельные промежуточные баллы**. Можете указывать и промежуточные баллы, потерянные учеником, если вследствие этого проверка теста становиться более наглядным. В решении не должно оставаться такого решения, которое не квалифицировано однозначно в результате проверки как правильное, ошибочное или лишнее.
5. При проверке теста **употребляйте следующие знаки**:
    - правильный шаг: *галочка*
    - принципиальная ошибка: *двойное подчёркивание*
    - ошибка вычисления или другая, не принципиальная ошибка: *одинарное подчёркивание*
    - правильный шаг, сделанный на основе ошибочного исходного данного: *прерывистая или перечёркнутая галочка*
    - недочтаточная аргументация, неполный перечень или другой недостаток: *апостроф*
    - непонятная часть: *вопросительный знак и/или волнистая линия*
6. Записи, сделанные **карандашом** вне чертежей, не оценивайте.

Инструкции по содержанию:

1. В некоторых заданиях мы дали оценку нескольких возможных решений. В случае возникновения **отличного от них решения** найдите в данной инструкции равноценные части решения и поставьте баллы на основании них.
2. **Можно производить разбивку баллов**, указанных в инструкции, **если в инструкции нет иного указания**. Однако при этом ставятся только целые баллы.
3. Если в решении допущена **ошибка вычисления**, неточность, балл не ставится только за ту часть задания, в которой ученик допустил ошибку. Если ученик работает дальше с ошибочным промежуточным результатом, но ход мысли правильный, и суть решаемой задачи не изменилась, то нужно ставить последующие промежуточные баллы.

4. После **принципиальной ошибки** в данном подразделе задания (она отмечена в инструкции двойной линией) баллы не ставятся даже за формально правильные математические шаги.
   Но если ученик тем результатом, который получил после принципиальной ошибки, пользуется как исходным данным, и с ним правильно производил дальнейшие расчёты в следующих разделах или подразделах задания, за решение этих частей задания он получает максимальное количество баллов, если суть решаемой задачи не изменилась.
5. Если в инструкции в скобках указаны **примечание** или **единицы измерения**, а в решении их нет, решение всё равно считатеся полноценным.
6. Среди нескольких попыток решения одного задания **оценивается вариант**, **указанный учеником**. Просим при проверке теста однозначно отметить, который из вариантов оценивался и который не оценивался.
7. За решение **не ставится премиальный балл** (балл, превышающий максимальное количество баллов за данное задание или раздел задания).
8. Суммарное количество баллов, данное за одно задание или раздел задания, **не может иметь отрицательное значение.**
9. Не **вычитаются баллы** за такие промежуточные расчёты, которые ошибочны, но ученик фактически не использовал их при решении задачи.
10. **При изложении хода мысли использование калькулятора − без дальнейшей матиматической аргументации − допускается для выпоненения следующих операций:** сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня, вычисление $n!$, $\binom{n}{k}$, замена таблиц, имеющихся в таблице функций (sin, cos, tg, log и их инверсии), указание приближённого значения чисел π и e, определение корней уравнений второй степени, упорядоченных на нуль. Без дополнительной математической аргументации можно пользоваться калькулятором для вычисления значения среднего и дисперсии в том случае, если в задании специально не требуется указание детальных вычислений. **В прочих случаях вычисления, выполненные калькулятором, считаются операциями без аргументации, следовательно за них балл не даётся.**
11. Использование **чертежей** в качестве элементов, имеющих доказательную силу (например, отсчёт данных посредством измерения) не принимается.
12. При определении **вероятности** (если в тексте задания не дано иное указание), принимается правильный ответ и в процентах.
13. Если в тексте данного задания не предписывается выполнение округления результата, то принимаются и промежуточные результаты и конечный результат, полученные в результате выполнения операций **разумного и правильного округления, отличные** от тех, которые указаны в инструкции.
14. **Из 3 заданий, указанных в разделе II Б экзаменационного задания, оценивается только 2 задания.** Предполагается, что ученик в специальном квадрате указал номер того задания, оценка которого не учитывается в общем количестве баллов. Соответственно, возможное решение указанного задания и не проверяется. Если учеником не указано, которое задание он просит не оценивать, и невозможно однозначно определить факт выбора, тогда автоматически самое последнее по порядку задание будет тем, которое оценивать не нужно.

I.

1.		
$x_1 = 1,\ x_2 = -2$	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

2.		
3	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

3.		
$x = 4$	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

4.		
$V = 1000$ см^3	1 балл	$V = 1$ дм^3
$r^2\pi \cdot 20 = 1000$ $(r > 0)$	1 балл	$r^2\pi \cdot 2 = 1$
$r^2 \approx 15{,}9$	1 балл	$r^2 \approx 0{,}159$
$r \approx 4$ см	1 балл	$r \approx 0{,}4$ дм
Всего:	**4 балла**	

5.		
А: верное **Б**: ложное **В**: верное	2 балла	*За два правильных ответа даётся 2 балла, за 1 правильный ответ 0.*
Всего:	**2 балла**	

6.		
$2^3 \cdot 7^2 \cdot 19$ (= 7448)	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

7.		
Точка минимума 1,	1 балл	
Значение минимума 5.	1 балл	
Всего:	**2 балла**	

8.		
-1	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

9.		
$0, \pi, 2\pi$	2 балла	
Всего:	**2 балла**	

10.		
Частное q прогрессии $q^3 = 27$.	1 балл	
Из этого $q = 3$.	1 балл	
Сумма первых пяти членов прогрессии $2 \cdot \frac{3^5 - 1}{3 - 1} =$	1 балл	$2 + 6 + 18 + 54 + 162$
$= 242$.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

11.		
$K(0;\, 3)$	2 балла	
$r = 5$	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

12. первое решение		
(Если не учитываем порядок выбора) выбрать двух из 32 учащихся можно $\binom{32}{2}$(= 496)- способами (количество всех случаев).	1 балл	*(С учётом и последовательности) количество всех возможных выборов* $32 \cdot 31$ (= 992).
Из 14 девушек выбрать двух можно $\binom{14}{2}$(= 91)- способами (количество подходящих случаев).	1 балл	*Из этого* $14 \cdot 13$ (= 182) *подходящих.*
Искомая вероятность $\frac{\binom{14}{2}}{\binom{32}{2}} = \frac{91}{496} \approx 0{,}183$.	1 балл	$\frac{182}{992}$
Всего:	**3 балла**	

12. второе решение		
Вероятность того, что при первом выборе выбираем девушку: $\frac{14}{32}$.	1 балл	
Вероятность того, что после этого и при втором выборе выбираем девушку: $\frac{13}{31}$.	1 балл	
Искомая вероятность есть их произведение, т.е. приблизительно 0,183.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

II. A

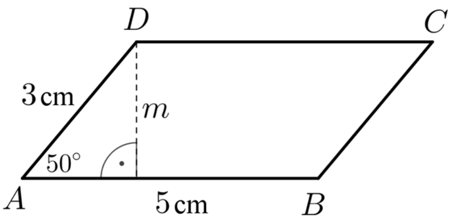
13. а) первое решение		
(Обозначим цену взрослого билета в форинтах через x, цену детского билета через y.) Согласно тексту: $\begin{cases} x+4y=4300 \\ 2x+5y=6350. \end{cases}$	1 балл	
Выразив x из первого уравнения: $x = 4300 - 4y$.	1 балл	*Умножив на 2 обе стороны первого уравнения:* $\begin{cases} 2x+8y=8600 \\ 2x+5y=6350. \end{cases}$
После подстановки во второе уравнение: $2\cdot(4300 - 4y) + 5y = 6350$.	1 балл	*Произведя вычитание второго уравнения из первого:* $3y = 2250$.
После упорядочения и решения: цена одного детского билета $y = 750$ форинтов,	1 балл	
цена одного взрослого билета $x = 1300$ форинтов	1 балл	
Проверка на основе текста: цена одного взрослого билета и четырёх детских билетов $(1300+4\cdot 750=)\,4300$ фт, а цена двух взрослых и пяти детских билетов $(2\cdot 1300+5\cdot 750=)\,6350$ фт.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

Примечание: Если экзаменующийся не приводит текстового ответа (и при этом не идентифицирует значение неизвестных), в целом теряет 1 балл.

13. а) второе решение		
Цена одного возрослого билета и цена одного детского билета 6350 – 4300 = 2050 фт.	2 балла	*Цена 2 взрослых и 8 детских билетов* $2\cdot 4300 = 8600$ фт.
Один взрослый билет и четыре детских билета стоит 4300 фт, таким образом, три детских билета стоит 4300 – 2050 = 2250 фт.	2 балла	*2 взрослых и 5 детских билетов стоит 6350 фт, следовательно, 3 детских билета стоит* 8600 – 6350 = = 2250 фт.
Один детский билет стоит 750 фт.	1 балл	
Один взрослый билет стоит 1300 фт.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

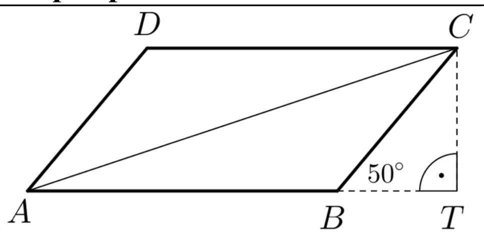
Примечание: Если экзаменующийся ни в одном из своих ответов не указыввет единицу измерения, в целом теряет 1 балл..

13. б)		
Цена нетто равна 1,27- кратной величине цены брутто.	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если эта идея выясняется только из решения задания.*
Цена нетто $6350:1{,}27=5000$ (фт).	1 балл	
Доля НДС в сумме 6350 фт равна: 6350 – 5000 = = 1350 фт	1 балл	
НДС от цены брутто $\frac{1350}{6350}\cdot 100\approx$	1 балл	$\left(1-\frac{1}{1{,}27}\right)\cdot 100$
$\approx 21{,}26\%$.	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

14. а) первое решение		
 Высота, отпущенная на сторону AB $m=3\cdot\sin 50°\approx$	1 балл	
$\approx 2{,}3$ см.	1 балл	
Площадь параллелограмма $T\approx 5\cdot 2{,}3=$	1 балл	
$=11{,}5$ см^2.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

14. а) второе решение		
Площадь параллелограмма $T=3\cdot 5\cdot\sin 50°\approx$	1 балл	
$\approx 11{,}5$ см^2.	1 балл	
Высота, отпущенная на сторону AB $m\approx\frac{11{,}5}{5}=$	1 балл	
$=2{,}3$ см.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

14. б) первое решение		
Величина угла при вершине B параллелограмма равна 130°.	1 балл	
Записав теорему косинуса для стороны AC треугольник ABC: $AC^2=3^2+5^2-2\cdot 3\cdot 5\cdot\cos 130°$.	1 балл	
Из этого $AC^2\approx 53{,}28$,	1 балл	
так $AC\approx 7{,}3$ см.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

14. б) второе решение		
 Пусть основание перпендикуляра к прямой AB, отпущенного от вершины C параллелограмма будет T. $BT = 3 \cdot \cos 50° \approx 1{,}93$ (см).	2 балла	$BT \approx \sqrt{3^2 - 2{,}3^2}$
Написав теорему Пифагора для прямоугольного треугольника ATC $AC^2 (= AT^2 + CT^2) \approx$ $6{,}93^2 + 2{,}3^2$,	1 балл	
из этого $AC \approx 7{,}3$ см.	1 балл	
Всего:	**4 баллов**	

14. c)		
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} =$	1 балл	
= **a** + **b** + **a** = 2**a** + **b**	1 балл	
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} =$	1 балл	
$= -(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) = -$ **a** – **b**	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

15. а)		
Размах множества данных (11 – 3 =) 8,	1 балл	
медиана 6,	1 балл	
среднее 7,	1 балл	
разброс $\sqrt{\dfrac{(9-7)^2 + (3-7)^2 + ... + (10-7)^2}{9}} =$	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если экзаменующийся правильно выполняет расчёт на калькуляторе..*
$= \sqrt{\dfrac{64}{9}} = \dfrac{8}{3} \approx 2{,}67.$	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

15 б)		
Частота события A (сумма результатов бросков 5, 6, 7 или 8) частота 3,	1 балл	
так, относительная частота $\dfrac{3}{9}$.	1 балл	
Всего:	**2 балла**	

15. в)		
При одновременном бросании двух кубиков количество элементарных событий одинаковой вероятности: 36 (количество всех случаев).	1 балл	
5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 3 + 2 = 4 + 1, это 4 возможности. 6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1, это 5 возможностей. 7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1, это 6 возможностей. 8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2, это 5 возможностей.	3 балла*	
Количество подходящих случаев равно их сумме т.е. 20.	1 балл	
Вероятность события A $\frac{20}{36} \approx 0{,}56$.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

Примечания:
1. Если экзаменующийся не различает кубики друг от друга, в этом смысловом блоке его *промежуточные результаты 2, 3, 3, 3 возможностей, то из 3 баллов, помеченных знаком* *****, *даётся 1 балл.*
2. Если экзаменующийся, напрмер, на основе следующей таблицы даёт правильный ответ, то даётся полный набор баллов.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

II. B

16. а)		
Утверждение верное,	1 балл	
потому что максимальная дневная температура, выше 30 °С была в понедельник, четверг, пятницу и субботу и в эти дни было продано свыше 1200 билетов.	1 балл	
Всего:	**2 балла**	

16. б)		
Инверсия утверждения: *Если количество проданных билетов превышает* 1200*, то в этот день максимальная дневная температура выше* 30 °С.	1 балл	
Утверждение ложное,	1 балл	
потому что, например, во вторник (или в воскресенье) было продано больше чем 1200 билетов, но максимальная дневная температура не достигла 30 °С.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	

16. в) первое решение		
Нужно вычислить объём прямой призмы с основанием трапеции.	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если эта мысль выясняется только из решения задания.*
Длина оснований трапеции 2,1 м и 1,3 м, длина одной из боковых сторон (высоты трапеции) 50 м.	1 балл	21 дм, 13 дм, 500 дм
Площадь трапеции $T = (2{,}1 + 1{,}3) \cdot 50 : 2 = 85$ (м^2).	1 балл	8500 дм^2
Высота призмы 16,5 м,	1 балл	165 дм
её объём $V = 85 \cdot 16{,}5 = 1402{,}5$ (м^3),	1 балл	1 402 500 дм^3
с предусмотренным округлением 1400 м.	1 балл	*Этот балл не даётся, если экзаменующийся не выпоняет округление или выполняет его неправильно.*
Всего:	**6 баллов**	

16. в) второе решение		
(Нужно вычислить сумму объёма прямого параллелепипеда и объёма прямой призмы с основанием прямоугольного треугольника.) Объём прямого параллелепипеда $1{,}3 \cdot 50 \cdot 16{,}5 = 1072{,}5$ (м^3).	1 балл	1 072 500 дм^3
Площадь прямоугольного треугольника $(2{,}1 - 1{,}3) \cdot 50 : 2 = 20$ (м^2).	1 балл	2000 дм^2
Выстота призмы 16,5 м,	1 балл	165 дм
её объём $20 \cdot 16{,}5 = 330$ (м^3),	1 балл	330 000 дм^3
Искомый объём равен сумме выше указанных, т.е. 1402,5 (м^3),	1 балл	1 402 500 дм^3
С предусмотренным округлением 1400 м^3.	1 балл	*Этот балл не даётся, если экзаменующийся не выпоняет округление или выполняет его неправильно.*
Всего:	**6 баллов**	

16. г)		
Восемь участников соревнования можно распределить по восьми полосам 8! (= 40 320)-способами (количество всех случаев).	1 балл	
Если Мишу и Сашу рассматриваем как одного участника, то «семь» пловцов можно распределить 7! (= 5040)-способами.	2 балла	*Миша и Саша в семи местах могут оказаться в соседних полосах. Остальные шесть участников во всех случаях могут разместиться* 6! (= 720)-*способами.*
Миша и Саша при одном распределении участников могут и поменяться местами, таким образом, количество подходящих случаев $2 \cdot 7!$ (= 10 080) .	1 балл	$2 \cdot 7 \cdot 6!$
Искомая вероятность $\frac{2 \cdot 7!}{8!} =$	1 балл	
$\left(= \frac{10080}{40320}\right) = 0{,}25.$	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

17. а)		
Эти числа образуют такую арифметическую прогрессию, разность которой 3 и её перый член 1.	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если эта мысль выясняется только из решения задания.*
$a_{56} = a_1 + 55d =$	1 балл	
= 166	1 балл	
Нужно решить уравнение 1456 = 1 + (n – 1) · 3.	1 балл	
$n - 1 = 485$	1 балл	
486-ой член прогрессии 1456о	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

17. б) первое решение		
Преобразовав уравнение данной прямой: –3x + y = 1.	1 балл	
Один из нормальных векторов данной прямой (–3; 1),	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если эта мысль выясняется только из решения задания.*
Один из нормальных векторов прямой, перпендикулярной ей (1; 3).	1 балл	
Уравнение перпендкуляра: $x + 3y = (1 \cdot 14 + 3 \cdot 56 =)182$.	2 балла	
Всего:	**5 баллов**	

17. б) **второе решение**		
Крутизна данной прямой 3,	1 балл	*Этот балл даётся и в случае, если эта мысль выясняется только из решения задания*
крутизна перпендикулярной ей прямой $-\frac{1}{3}$.	1 балл	
(уравнение искомой прямой в форме $y=-\frac{1}{3}x+b$, $56=-\frac{1}{3}\cdot 14+b$	1 балл	$y=m(x-x_0)+y_0$, *итак,* $y=-\frac{1}{3}(x-14)+56$.
$b=\frac{182}{3}$	1 балл	
Уравнение искомой прямой $y=-\frac{1}{3}x+\frac{182}{3}$	1 балл	
Всего:	**5 баллов**	

17. в)		
Данная функция при $x<-1$ строго монотонно убываеющая,	1 балл	*Эти баллы даются и при показе соответствующей таблицы.*
при $x>-1$ строго монотонно возрастающая.	1 балл	
Минимальное значение функции в точке $x=-1$ 0.	1 балл	
В функции элементу –14 ставится в соответствие 39,	1 балл	$f(56)>f(-14)$
элементу 56 ставится в соответствие 171.	1 балл	
Набор значений [0; 171].	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

18. а)		
Из шести различных цифр можно составить $10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5=151\,200$ различных паролей.	2 балла	
Столько паролей проверяет приложение $\frac{151\,200}{1{,}5\cdot 10^7}\approx$	1 балл	
за ≈ 0,01секунд.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

18. б) **первое решение**		
Количество всех паролей типа **Б:** 26^8.	1 балл	*Для проверки всех таких паролей около* 3,867 часов,
Количество всех паролей типа **В**: $26^{10}\cdot\binom{10}{2}$.	1 балл	*а для проверки всех таких паролей требуется около* 117 639 часов (*около* 13,5 лет).
Их соотношение $\frac{26^{10}\cdot\binom{10}{2}}{26^8}=$	1 балл	
= 30 420. Столько раз больше времени требуется приложению для проверки всех паролей типа **В**, чем для проверки всех паролей типа **Б**.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

18. б) второе решени		
Пароли типа **В** содержат на 2 символа больше, чем пароли типа **Б** и оба эти дополнительные символы могут появляться 26-способами,	1 балл	
то означает в 26^2 (= 676) раз больше возможностей.	1 балл	
Помимо этого $\binom{10}{2}$(= 45)- способами можно выбрать, которые два символа из десяти должны быть заглавные буквы.	1 балл	
Таким образом, для проверки всех паролей типа **В** приложению требуется $26^2 \cdot \binom{10}{2} = 30\,420$ раз больше времени, чем для проверки всех паролей типа **Б**.	1 балл	
Всего:	**4 балла**	

18. в)		
Обозначив количество сравнённых паролей через n нужно решить неравенство $\frac{n(n-1)}{2} < 900$ (где n положительное целое число).	1 балл	
Из этого $n^2 - n - 1800 < 0$.	1 балл	
Корни уравнения $n^2 - n - 1800 = 0$ $n \approx -41{,}9$ и $n \approx 42{,}9$.	1 балл	
Поскольку главный коэффициент выражения $n^2 - n - 1800 = 0$ положительный,	1 балл	*Этот балл даётся и при показе оответствующего рисунка.*
поэтому решение неравенства на множестве положительных целых чисел: $0 < n < 43$.	1 балл	
Программа сравнила максимум 42 паролей.	1 балл	
Всего:	**6 баллов**	

Примечание: Ели лэкзаменующийся даёт правиьное решение без аргументации (напр. делая несколько попыток), даётся 2 балла.

18. г)		
$\lg 2^{77\,232\,917} = 77\,232\,917 \cdot \lg 2 \approx$	1 балл	
$\approx 23\,249\,424{,}7$	1 балл	
Действительно, данное число состоит из 23 249 425 цифр.	1 балл	
Всего:	**3 балла**	