ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

MATEMATIKA OLASZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Indicazioni importanti

Richieste di forma:

1. L'insegnante deve correggere il compito **in maniera leggibile** con una **penna di colore differente** da quello usato dallo studente.
2. I **punti** devono essere scritti nella seconda **casella** grigia, mentre nella prima va segnato il punteggio massimo.
3. Nel caso di **soluzione esente da errori** non è sufficiente scrivere il punteggio massimo nella casella corrispondente ma bisogna seguire tutte le unità logiche segnando la loro correttezza.
4. Nel caso di soluzione errata o incompleta anche i **punti parziali** assegnabili devono essere **scritti** nel compito **indicando gli errori**. L'insegnante può anche scrivere i punti persi se in questo modo la correzione risulta più chiara. Il compito deve essere corretto in ogni sua parte, sia essa corretta, errata o superflua.
5. Durante la correzione **si devono osservare le seguenti convenzioni:**
   - risposta esatta: *spuntatura (segno di visto)*
   - errore concettuale: *doppia sottolineatura*
   - errore di calcolo o altro errore (non concettuale): *sottolineatura semplice*
   - passaggio giusto partendo da dati iniziali errati: *sottolineatura spezzata o segno di visto barrato*
   - spiegazione o svolgimento non completi: *segno di omissione*
   - parte non comprensibile: *punto interrogativo* e/o *sottolineatura ondulata*
6. Le parti scritte a **matita** non verranno valutate, ad eccezione dei disegni.

Richieste di contenuto:

1. Alcuni esercizi possono avere diverse soluzioni. Le loro valutazioni sono indicate nella guida alla correzione. Nel caso di **soluzioni diverse** da quelle indicate, l'insegnante deve valutare l'esercizio in base alle parti corrispondenti della guida.
2. I punti indicati nella guida alla correzione, **nel caso non sia espressamente indicato, possono essere suddivisi**, ma solo in punti interi.
3. In caso di **errore di calcolo** non ottiene punti soltanto il passaggio in cui si commette tale errore. Per i successivi passaggi in accordo con la soluzione esatta si possono assegnare i punti parziali corrispondenti a patto che, in conseguenza di un errore, il problema non sia cambiato.
4. In una unità logica (indicata con linea doppia nella guida) non si assegnano punti ai passaggi formalmente corretti se successivi ad un **errore concettuale**. Se lo studente applica un risultato parziale, derivante da un ragionamento errato, in modo giusto, come dato di partenza dell'unità logica seguente, merita il punteggio massimo di questa unità, a patto che in conseguenza dell'errore il problema non sia cambiato.
5. La soluzione è considerata completa anche se non è presente una **notazione o l'unità di misura** indicata fra parentesi nella guida alla correzione.

6. Tra gli svolgimenti, si valuta una sola soluzione, **quella indicata dallo studente**. Durante la correzione l'insegnante deve distinguere univocamente la soluzione valutata da quella non valutata.
7. L'insegnante **non** può assegnare **punti premio** (vale a dire punti eccedenti il punteggio massimo previsto dall'esercizio o da una sua parte).
8. I punti assegnati a un esercizio **non possono essere negativi**.
9. L'insegnante **non può sottrarre punti** per i passaggi parziali errati non utilizzati nella soluzione.
10. **Durante lo svolgimento degli esercizi si possono eseguire le seguenti operazioni usando la calcolatrice (senza addurre ulteriori giustificazioni matematiche):** per calcolare l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, la divisione, l'elevamento a potenza, l'estrazione di radice, il fattoriale (n!), $\binom{n}{k}$ la combinazione. Si può usare la calcolatrice al posto delle tabelle di funzione (sin, cos, tg, log e le loro inverse), per dare il valore approssimato di π ed *e,* per determinare le radici di un'equazione di secondo grado ridotta a zero. Infine si può usare la calcolatrice per calcolare la media aritmetica e il coefficiente di variazione se il testo dell'esercizio non richiede i calcoli dettagliati delle parti connesse al suo svolgimento. **In tutti gli altri casi, per i calcoli eseguiti con la calcolatrice, senza che i passaggi siano stati giustificati, non verranno assegnati punti.**
11. Non è accettabile leggere i dati dai **disegni** senza calcolarne i valori.
12. I punti possono essere assegnati anche se i **valori corretti di probabilità** sono espressi in forma percentuale (salvo il caso in cui testo non lo preveda).
13. Se nel testo dell'esercizio non è indicato l'obbligo dell'arrotondamento, allora è accettabile il **risultato** parziale o finale **arrotondato correttamente e ragionevolmente** differente dal risultato scritto nella guida.
14. **Dei tre esercizi della parte II B possono esserne valutati solo due**. Lo studente dovrebbe aver segnato – nella casella corrispondente – il numero dell'esercizio la cui valutazione non deve essere considerata nel punteggio totale. Ne deriva che l'esercizio sopraindicato non va corretto. Se la scelta non è univoca, allora automaticamente non sarà valutato l'ultimo esercizio nell'ordine dato.

I.

1.		
$x_1 = 1$, $x_2 = -2$	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

2.		
3	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

3.		
$x = 4$	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

4.		
$V = 1000\ \text{cm}^3$	1 punto	$V = 1\ \text{dm}^3$
$r^2\pi \cdot 20 = 1000$ ($r > 0$)	1 punto	$r^2\pi \cdot 2 = 1$
$r^2 \approx 15{,}9$	1 punto	$r^2 \approx 0{,}159$
$r \approx 4$ cm	1 punto	$r \approx 0{,}4$ dm
Totale:	**4 punti**	

5.		
A: vero **B**: falso **C**: vero	2 punti	*Per due risposte esatte ottiene 1 punto, per una risposta esatta ottiene 0 punti.*
Totale:	**2 punti**	

6.		
$2^3 \cdot 7^2 \cdot 19$ (= 7448)	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

7.		
Il luogo del minimo è 1,	1 punto	
il valore del minimo è 5.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

8.		
–1	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

9.		
0, π, 2π	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

10.		
La ragione geometrica è q e $q^3 = 27$.	1 punto	
Per cui $q = 3$.	1 punto	
La somma dei primi cinque termini: $2 \cdot \frac{3^5 - 1}{3 - 1} =$	1 punto	$2 + 6 + 18 + 54 + 162$
$= 242$.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

11.		
$K(0; 3)$	2 punti	
$r = 5$	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

12. prima soluzione		
(Se non si prende in considerazione l'ordine delle scelte) scegliendo 2 dei 32 studenti, ci sono $\binom{32}{2}$ (= 496) casi diversi (il numero dei casi possibili)	1 punto	*(Prendendo in considerazione anche l'ordine delle scelte, tutti i casi possibili sono* $32 \cdot 31$ (= 992).
Tra le 14 ragazze scegliere 2 ci sono $\binom{14}{2}$(= 91) casi diversi (il numero dei casi favorevoli)	1 punto	*Tra cui sono favorevoli* $14 \cdot 13$ (= 182).
La probabilità cercata è $\frac{\binom{14}{2}}{\binom{32}{2}} = \frac{91}{496} \approx 0{,}183$.	1 punto	$\frac{182}{992}$
Totale:	**3 punti**	

12. seconda soluzione		
La probabilità che la prima persona scelta sia femmina: $\frac{14}{32}$.	1 punto	
La probabilità che anche la seconda persona scelta sia femmina: $\frac{13}{31}$.	1 punto	
La probabilità cercata è il loro prodotto, cioè circa 0,183.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

II. A

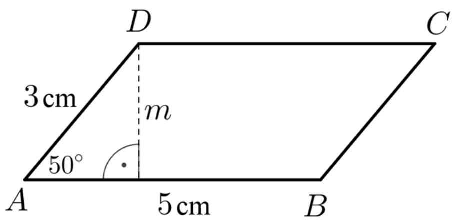
13. a) prima soluzione		
(indicando con x il prezzo del biglietto adulti e con y il prezzo del biglietto bambini). Secondo il testo: $\begin{cases} x+4y=4300 \\ 2x+5y=6350. \end{cases}$	1 punto	
Ricavando l'incognita x dalla prima equazione: $x = 4300 - 4y$.	1 punto	*Multiplicando per 2 tutti i due lati:* $\begin{cases} 2x+8y=8600 \\ 2x+5y=6350. \end{cases}$
Sostituendo nella seconda equazione: $2\cdot(4300 - 4y) + 5y = 6350$.	1 punto	*La differenza tra la prima e la seconda equazione:* $3y = 2250$.
Dopo le operazioni si prende: $y = 750$ Ft è il prezzo di un biglietto bambini,	1 punto	
$x = 1300$ Ft è il prezzo di un biglietto adulti.	1 punto	
Verificazione secondo il testo: Il prezzo di un biglietto adulti e quattro biglietti bambini è $(1300+4\cdot750=)$ 4300 Ft, e due biglietti adulti e cinque biglietti bambini costano $(2\cdot1300+5\cdot750=)$ 6350 Ft.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

Nota: Se l'esaminando non scrive una frase come risposta (e non individua le incognite) allora perde al massimo 1 punto.

13. a) seconda soluzione		
Il prezzo di un biglietto adulti ed un biglietto bambini è 6350 – 4300 = = 2050 Ft.	2 punti	*Il prezzo di 2 biglietti adulti e 8 biglietti bambini è* $2\cdot4300=8600$ Ft.
Il prezzo di un biglietto adulti e quattro biglietti bambini è 4300 Ft così tre biglietti bambini costano 4300 – 2050 = 2250 Ft.	2 punti	*Il prezzo di 2 biglietti adulti e 5 biglietti bambini è* 6350 Ft *cioè il prezzo di 3 biglietti bambini è* 8600 – 6350 = =2250 Ft.
Un biglietto bambini costa 750 Ft,	1 punto	
Un biglietto adulti costa 1300 Ft.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

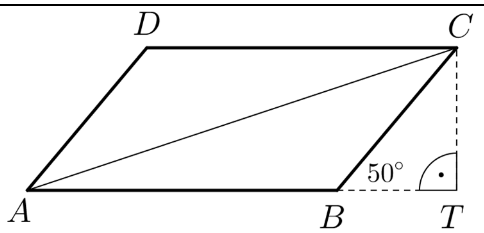
Nota: Se il candidato non usa le unità nelle risposte da nessuna parte allora perde 1 punto in totale.

13. b)		
Il prezzo lordo è 1,27 volte più grande del prezzo netto.	1 punto	*Il punto è attribuibile anche se il ragionamento si evince dalla risoluzione.*
$6350 : 1{,}27 = 5000$ (Ft) è il prezzo netto.	1 punto	
L'IVA del 6350 Ft è $6350 - 5000 = 1350$ Ft.	1 punto	
L'IVA è $\frac{1350}{6350} \cdot 100$ del prezzo lordo	1 punto	$\left(1 - \frac{1}{1{,}27}\right) \cdot 100$
$\approx 21{,}26\%$.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

14. a) prima soluzione		
 L'altezza relativa al lato AB è $m = 3 \cdot \sin 50° \approx$	1 punto	
$\approx 2{,}3$ cm.	1 punto	
L'area del parallelogramma è $T \approx 5 \cdot 2{,}3 =$	1 punto	
$= 11{,}5$ cm^2.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

14. a) seconda soluzione		
L'area del parallelogramma è $T = 3 \cdot 5 \cdot \sin 50° \approx$	1 punto	
$\approx 11{,}5$ cm^2.	1 punto	
L'altezza relativa al lato AB è $m \approx \frac{11{,}5}{5} =$	1 punto	
$= 2{,}3$ cm.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

14. b) prima soluzione		
L'angolo al vertice B del parallelogramma è 130°.	1 punto	
Applicando il teorema del coseno per il lato AC nel triangolo ABC: $AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 130°$.	1 punto	
da questo viene $AC^2 \approx 53{,}28$,	1 punto	
così $AC \approx 7{,}3$ cm.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

14. b) seconda soluzione		
 Tracciare la perpendicolare alla retta del lato *AB* attraverso il vertice *C* del parallelogramma. Il piede della retta perpendicolare sia *T*. $BT = 3 \cdot \cos 50° \approx 1{,}93$ (cm).	2 punti	$BT \approx \sqrt{3^2 - 2{,}3^2}$
Applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo *ATC*: $AC^2 (= AT^2 + CT^2) \approx 6{,}93^2 + 2{,}3^2$,	1 punto	
da questo viene che $AC \approx 7{,}3$ cm.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

14. c)		
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} =$	1 punto	
= **a** + **b** + **a** = 2**a** + **b**	1 punto	
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} =$	1 punto	
$= -(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) =$ – **a** – **b**	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

15. a)		
L'estensione dei dati: (11 – 3 =) 8,	1 punto	
la mediana: 6,	1 punto	
la media aritmetica: 7,	1 punto	
il coefficiente di variazione: $\sqrt{\frac{(9-7)^2 + (3-7)^2 + ... + (10-7)^2}{9}} =$	1 punto	*Il punto è attribuibile anche se il candidato calcola usando la sua calcolatrice in modo giusto.*
$= \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3} \approx 2{,}67.$	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

15. b)		
La frequenza assoluta dell'evento *A* (la somma dei due lanci è 5, 6, 7 oppure 8) è uguale a 3,	1 punto	
così la frequenza relativa è $\frac{3}{9}$.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

15. c)		
Lanciando due dadi il numero degli eventi elementari che hanno la stessa probabilità: 36 (il numero dei casi possibili)	1 punto	
$5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 3 + 2 = 4 + 1$, cioè 4 casi. $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1$, cioè 5 casi. $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1$, cioè 6 casi. $8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2$, cioè 5 casi.	3 punti*	
Il numero dei casi favorevoli è la somma dei casi suddetti, cioè 20.	1 punto	
La probabilità dell'evento A: $\frac{20}{36} \approx 0{,}56$.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

Noti:
*1. Se il candidato non diversifica i due dadi, ed in questa unità logica i suoi risultati parziali sono rispettivamente 2, 3, 3, 3 casi, allora per la parte segnata con l'asterisco * prende 1 punto fra i 3 punti.*
2. Se il candidato dà una risposta esatta usando per esempio la segunte tabella allora prede tutti i punti.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

II. B

16. a)		
La proposizione è vera,	1 punto	
perché lunedì, giovedì, venerdì e sabato il valore della temperatura più alta del giorno è maggiore di 30˚C e il numero dei biglietti venduti in questi giorni è maggiore di 1200.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

16. b)		
L'inverso della proposizione: *Se il numero dei biglietti venduti in un giorno è maggiore di 1200 allora il valore della temperatura più alta del giorno stesso è maggiore del 30˚C.*	1 punto	
La proposizione è falsa,	1 punto	
perché per esempio lunedì (o domenica) hanno venduto più di 1200 biglietti ma la temperatura più alta è minore di 30˚C.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

16. c) **prima soluzione**		
Si deve calcolare il volume di un prisma retto la cui base è un trapezio (rettangolo).	1 punto	*Il punto è assegnabile se dalla risoluzione si evince che il ragionamento dell'esaminando è corretto.*
Le lunghezze delle basi del trapezio sono 2,1 m e 1,3 m e quella di un lato obliquo (l'altezza relativa alla base) è lunga 50 m.	1 punto	21 dm, 13 dm, 500 dm
L'area del trapezio: $T = (2{,}1 + 1{,}3) \cdot 50 : 2 = 85$ (m^2).	1 punto	8500 dm^2
L'altezza del prisma è 16,5 m,	1 punto	165 dm
e il volume $V = 85 \cdot 16{,}5 = 1402{,}5$ (m^3),	1 punto	1 402 500 dm^3
con l'arrotondamento chiesto 1400 m^3.	1 punto	*Questo punto non è assegnabile, se il candidato non fa l'arrotondamento o non lo fa in modo corretto.*
Totale:	**6 punti**	

16. c) **seconda soluzione**		
(Si deve calcolare la somma di un parallelepipedo e un prisma retto triangolare.) Il volume del parallelepipedo $1{,}3 \cdot 50 \cdot 16{,}5 = 1072{,}5$ (m^3).	1 punto	1 072 500 dm^3
L'area del triangolo rettangolo $(2{,}1 - 1{,}3) \cdot 50 : 2 = 20$ (m^2).	1 punto	2000 dm^2
L'altezza del prisma è 16,5 m,	1 punto	165 dm
il suo volume è $20 \cdot 16{,}5 = 330$ (m^3),	1 punto	330 000 dm^3
Il volume cercato è la somma dei due volumi già calcolati: 1402,5 (m^3),	1 punto	1 402 500 dm^3
e con l'arrotondamento chiesto è 1400 m^3.	1 punto	*Questo punto non è assegnabile, se il candidato non fa l'arrotondamento o non lo fa in modo corretto.*
Totale:	**6 punti**	

16. d)		
Nelle 8 corsie si possono distribuire gli 8 partecipanti in 8! (= 40 320) modi diversi (il numero dei casi possibili).	1 punto	
Se consideriamo Matyi e Sári come un solo elemento, allora l'ordine dei "7 partecipanti" è 7! (=5040).	2 punti	*Nelle corsie Matyi e Sári possono essere partecipanti adiacenti in 7 modi diversi. Gli altri 6 partecipanti possono essere distribuiti* 6! (= 720) *modi diversi.*
Matyi e Sári possono scambiandosi i suoi posti in tutte le distribuzioni, così $2 \cdot 7!$ (= 10 080) è il numero dei casi favorevoli.	1 punto	$2 \cdot 7 \cdot 6!$
La probabilità cercata: $\dfrac{2 \cdot 7!}{8!} =$	1 punto	

$\left(=\frac{10080}{40320}\right)=0{,}25.$	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

17. a)		
I numeri dati sono termini di una successione aritmetica il cui primo termine è 1 e la ragione aritmetica è 3.	1 punto	*Il punto è assegnabile se dalla risoluzione si evince che il ragionamento dell'esaminando è corretto.*
$a_{56}=a_1+55d=$	1 punto	
= 166	1 punto	
Si deve risolvere l'equazione: $1456 = 1 + (n-1)\cdot 3$.	1 punto	
$n-1=485$	1 punto	
Il 486-esimo termine è il numero 1456.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

17. b) prima soluzione		
Trasformando l'equazione della retta data : $-3x + y = 1$.	1 punto	
Un vettore normale della retta è (–3; 1),	1 punto	*Il punto è assegnabile se dalla risoluzione si evince che il ragionamento dell'esaminando è corretto.*
Un vettore normale della retta perpendicolare per la retta data è (1; 3).	1 punto	
L'equazione della retta perpendicolare cercata: $x+3y=(1\cdot 14+3\cdot 56=)182$.	2 punti	
Totale:	**5 punti**	

17. b) seconda soluzione		
Il coefficiente angolare della retta è 3,	1 punto	*Il punto è assegnabile se dalla risoluzione si evince che il ragionamento dell'esaminando è corretto.*
il coefficiente angolare della retta che è perpendicolare per la retta data: $-\frac{1}{3}$.	1 punto	
(l'equazione della retta cercata scrivendo nella forma $y=-\frac{1}{3}x+b$) $56=-\frac{1}{3}\cdot 14+b$	1 punto	$y=m(x-x_0)+y_0$, *cioè* $y=-\frac{1}{3}(x-14)+56$.
$b=\frac{182}{3}$	1 punto	
L'equazione della retta cercata: $y=-\frac{1}{3}x+\frac{182}{3}$.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

17. c)		
La funzione data è strettamente decrescente se $x < -1$,	1 punto	

se $x > -1$ allora la funzione è strettamente crescente.	1 punto	*Questi punti sono assegnabili anche per un disegno adeguato.*
Il valore minimo della funzione è uguale a 0 in x=-1.	1 punto	
Il valore della funzione in x= -14 è 39,	1 punto	$f(56) > f(-14)$
e per x=56 il valore risultante é 171.	1 punto	
Il codominio è [0; 171].	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

18. a)		
Da 6 cifre diverse si possono generare $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = =151\,200$ diverse password.	2 punti	
Il programma può provare durante $\frac{151\,200}{1{,}5 \cdot 10^7} \approx$	1 punto	
$\approx 0{,}01$ secondi.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

18. b) prima soluzione		
Il numero di tutte le password di tipo **B**: 26^8.	1 punto	*Per provare tutte le password di questo tipo è necessario circa 3,867 ore,*
Il numero di tutte le password del tipo **C**: $26^{10} \cdot \binom{10}{2}$	1 punto	*e per provare tutte le password di questo tipo è necessario circa 117 639 ore (circa 13,5 anni).*
Il rapporto tra loro: $\frac{26^{10} \cdot \binom{10}{2}}{26^8} =$	1 punto	
= 30 420 volte più tempo è necessario provare tutte le password del tipo **C** di quelli del tipo **B** usando il programma.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

18. b) **seconda soluzione**		
Le password di tipo **C** hanno due caratteri in più di quelle di tipo **B,** entrambi utilizzano 26 caratteri	1 punto	
che significa 26^2 (= 676) volte è più grande il numero dei casi.	1 punto	
Inoltre $\binom{10}{2}$(= 45) modi diversi esistono per scegliere tra 10 tasti 2 che siano lettere maiuscole.	1 punto	
così provare tutte le password del tipo **C**: $26^2 \cdot \binom{10}{2} =$ 30 420 volte più tempo è necessario che provare tutte le password del tipo **B**.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

18. c)		
S'indicando con n il numero delle password confrontate si deve risolvere la disequazione $\frac{n(n-1)}{2} < 900$ (dove n è un numero intero).	1 punto	
Da questo si ottiene che $n^2 - n - 1800 < 0$.	1 punto	
Le radici dell'equazione $n^2 - n - 1800 = 0$ sono $n \approx -41{,}9$ és $n \approx 42{,}9$.	1 punto	
Il coefficiente di n^2 è positivo nell'equazione $n^2 - n - 1800 = 0$,	1 punto	*Il punto è attribuibile anche per un disegno adeguato.*
e per questo la soluzione della disequazione nel campo dei numeri interi positivi: $0 < n < 43$.	1 punto	
Il programma ha confrontato al massimo 42 password.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

Nota: Se il candidato dà la risposta corretta senza spiegazione (per esempio facendo tentativi), prende 2 punti.

18. d)		
$\lg 2^{77\,232\,917} = 77\,232\,917 \cdot \lg 2 \approx$	1 punto	
$\approx 23\,249\,424{,}7$	1 punto	
Il numero di cifre di cui é composto il numero primo è veramente 23 249 425.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	