

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

**MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

2019. május 7. 8:00

I.

Időtartam: 57 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 57 Minuten zur Verfügung. Nach Ablauf dieser Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.
2. Die Reihenfolge der Bearbeitung der Aufgaben ist beliebig.
3. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die keine Textangaben und Daten speichern und darstellen können, und jegliche Tafelwerke zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind verboten!
4. **Schreiben Sie die Endergebnisse der Aufgaben in die entsprechenden Rahmen ein!** Beschreiben Sie den Lösungsweg nur dann ausführlich, wenn die Aufgabenstellung dazu direkt auffordert!
5. Schreiben Sie mit Kugelschreiber oder mit Tinte! Die Zeichnungen dürfen Sie auch mit Bleistift zeichnen. Alles andere mit Bleistift geschriebene wird nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, wird dieser Teil nicht bewertet.
6. Bei jeder Aufgabe wird nur ein Lösungsweg bewertet. Bei mehreren Versuchen sollen Sie eindeutig markieren, welchen Sie für richtig halten!
7. **Die grauen Kästchen dürfen nicht beschriftet werden!**

1. Lösen Sie die folgende Gleichung in der Menge der reellen Zahlen!

$$x^2 + x - 2 = 0$$

	2 Punkte	
--	----------	--

2. Bei einer Hochzeit wurden die fünf Personen, die an einem Tisch sitzen, gefragt, wie viele Bekannten von ihnen an diesem Tisch sitzen (die Bekanntschaften sind gegenseitig). Die Antworten von vier Personen sind der Reihe nach: 4, 4, 4, 3.
Wie viele Bekannten der fünften Person sitzen am Tisch?

	2 Punkte	
--	----------	--

3. Geben Sie den Wert von x an, wenn $2^{16} = 16^x$ gilt.

	2 Punkte	
--	----------	--

4. Das Volumen einer Flasche von der Form eines Rotationszylinders ist 1 Liter, ihre Höhe ist 20 cm.
Berechnen Sie den Radius des Grundkreises der Flasche! Geben Sie Ihre Lösung ausführlich an!

	3 Punkte	
	1 Punkt	

5. Bestimmen Sie den logischen Wert folgender Aussagen (richtig oder falsch)!

A: Wenn eine Zahl durch 12 teilbar ist, ist sie durch 6 teilbar.

B: Wenn eine Zahl durch 3 teilbar ist, ist sie durch 6 teilbar.

C: Eine Zahl ist dann und nur dann durch 6 teilbar, wenn sie sowohl durch 2 als auch durch 3 teilbar ist!

A:	2 Punkte	
B:		
C:		

6. Geben Sie den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen $2^3 \cdot 3 \cdot 7^4 \cdot 19$ und $2^5 \cdot 7^2 \cdot 19$ an!

	2 Punkte	
--	----------	--

7. Geben Sie die Stelle und den Wert des Minimums der reellen Funktion $x \mapsto 2(x-1)^2 + 5$ an!

Die Stelle des Minimums ist:	1 Punkt	
Der Wert des Minimums ist:	1 Punkt	

8. Wie heißt die Zahl, die um 2 kleiner ist als ihr Absolutbetrag?

	2 Punkte	
--	----------	--

9. Geben Sie die Nullstellen der im abgeschlossenen Intervall $[0; 2\pi]$ definierten Funktion $x \mapsto \sin x$ an!

	2 Punkte	
--	----------	--

- 10.** Das erste Glied einer geometrischen Folge ist 2, ihr viertes Glied ist 54.
Geben Sie die Summe der ersten fünf Glieder der Folge an! Geben Sie Ihre Lösung ausführlich an!

	3 Punkte	
	1 Punkt	

- 11.** Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius des Kreises mit der Gleichung $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 25$ an!

Der Mittelpunkt des Kreises ist:	2 Punkte	
Der Radius des Kreises ist:	1 Punkt	

- 12.** In einer 32-köpfigen Klasse sind 14 Mädchen. Aus den Schülern der Klasse werden 2 zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass 2 Mädchen ausgewählt werden? Geben Sie Ihre Lösung ausführlich an!

	2 Punkte	
	1 Punkt	

		Punktzahl	
		maximal	erreicht
Teil I	1. Aufgabe	2	
	2. Aufgabe	2	
	3. Aufgabe	2	
	4. Aufgabe	4	
	5. Aufgabe	2	
	6. Aufgabe	2	
	7. Aufgabe	2	
	8. Aufgabe	2	
	9. Aufgabe	2	
	10. Aufgabe	4	
	11. Aufgabe	3	
	12. Aufgabe	3	
INSGESAMT		30	

_____ Datum

_____ Korrektor

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

**MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN**

**KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

2019. május 7. 8:00

II.

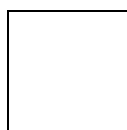
Időtartam: 169 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 169 Minuten zur Verfügung. Nach Ablauf dieser Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.
2. Die Reihenfolge der Bearbeitung der Aufgaben ist beliebig.
3. Im Teil **B** müssen Sie nur zwei von den drei vorgegebenen Aufgaben lösen. **Schreiben Sie nach Abschluss der Arbeit die Nummer der nicht gewählten Aufgabe in das Kästchen ein!** Wenn für die Korrektoren *nicht eindeutig* erkennbar ist, welche Aufgabe Sie nicht wählen wollten, wird die letzte Aufgabe nicht bewertet.



4. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die keine Textangaben und Daten speichern und darstellen können, und jegliche Tafelwerke zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind nicht erlaubt!
5. **Beschreiben Sie den Lösungsweg immer ausführlich, denn die meisten Punkte werden dafür vergeben.**
6. **Achten Sie darauf, dass die wichtigsten Berechnungen nachvollziehbar sind!**
7. Während der Aufgabenlösung kann man **den Gebrauch des Taschenrechners –ohne weitere mathematische Begründung- bei den folgenden Rechnungen akzeptieren:** Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren, Wurzelziehen, Berechnen von $n!$, $\binom{n}{k}$, für die Ersetzung der Tabellen im Tafelwerk (sin, cos, tg, log und ihre Umkehrfunktionen), zur Angabe des Näherungswertes von der Zahlen π und e , zur Bestimmung der Lösungen einer auf Null reduzierten quadratischen Gleichung. Weiterhin darf man den Taschenrechner ohne mathematische Begründung verwenden, wenn man den Durchschnitt und die Streuung berechnet, es sei denn der Text der Aufgabe verlangt eindeutig die Nebenrechnungen dazu. **In anderen Fällen gelten die mit dem Taschenrechner durchgeführten Rechnungen als nicht begründete Schritte, für die keine Punkte verteilt werden können.**
8. Sätze, die Sie in der Schule mit Namen erlernt haben (z. B. Satz von Pythagoras, Höhensatz), müssen nicht formuliert werden. Es reicht, wenn Sie den Namen des Satzes nennen und *kurz begründen, warum der Satz hier verwendbar ist.*
9. Die Endergebnisse der Aufgaben (der Antwort auf die Frage) müssen in einem Antwortsatz formuliert werden!

- 10.** Schreiben Sie mit Kugelschreiber! Die Abbildungen dürfen Sie auch mit Bleistift zeichnen. Alles andere mit Bleistift geschriebene wird nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, wird dieses nicht bewertet.
- 11.** Bei jeder Aufgabe wird nur ein Lösungsweg bewertet. Bei mehreren Versuchen sollen Sie **eindeutig markieren**, welchen Sie für richtig halten!
- 12.** Schreiben Sie bitte nicht in die grauen Kästchen!

A

13. Zwei Gesellschaften besuchen den städtischen Tiergarten. Die eine Gesellschaft bezahlt nach 1 Erwachsenen- und 4 Kindertickets 4300 Ft, die andere Gesellschaft nach 2 Erwachsenen- und 5 Kindertickets 6350 Ft beim Eintritt.

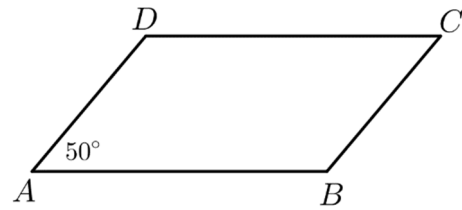
a) Berechnen Sie die Preise der Erwachsenen- und Kindertickets!

Der Bruttopreis der Tickets ist die Summe des Nettopreises und der Mehrwertsteuer (MwSt.). Die Mehrwertsteuer ist 27% des Nettopreises.

b) Wie viel Forint ist die Mehrwertsteuer im Bruttopreis von 6350 Ft, und wie viel Prozent ist der Wert der Mehrwertsteuer des Bruttopreises?

a)	6 Punkte	
b)	5 Punkte	
I.:	11 Punkte	

- 14.** Im Parallelogramm $ABCD$ ist die Seite AB 5 cm, die Seite AD 3 cm lang. Im Parallelogramm ist der Winkel in der Ecke A ist 50° .



- a) Berechnen Sie im Parallelogramm die Länge der Höhe zur Seite AB und den Flächeninhalt des Parallelogramms!
- b) Berechnen Sie die Länge der Diagonale AC des Parallelogramms!
- c) Bezeichne \mathbf{a} den Vektor \overrightarrow{AD} , \mathbf{b} den Vektor \overrightarrow{DB} . Drücken Sie die Vektoren \overrightarrow{AC} und \overrightarrow{CD} mit Hilfe der Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b} aus!

a)	4 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	4 Punkte	
I.:	12 Punkte	

15. Während eines Zufallsversuches wird gleichzeitig mit zwei regelmäßigen Spielwürfeln gewürfelt. Der Versuch wird mehrmals nacheinander durchgeführt. Nach jedem Würfeln wird die Summe der gewürfelten Zahlen notiert. Diese Summen werden als Ausgang des Versuchs betrachtet.

Nach den ersten neun Würfeln wurden die folgenden Summen notiert: 9, 3, 5, 4, 11, 6, 9, 6, 10.

a) Berechnen Sie die Spannweite, den Median, den Durchschnitt und die Streuung der Grundgesamtheit aus diesen neun Daten!

Sei das Ereignis A , dass der Ausgang des Versuchs größer als 4 aber kleiner als 9 ist.

b) Geben Sie die relative Häufigkeit des Ereignissen A nach den ersten neun Versuchen an!

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A !

a)	5 Punkte	
b)	2 Punkte	
c)	6 Punkte	
I.:	13 Punkte	

B

Von den Aufgaben 16-18 müssen Sie zwei beliebige auswählen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

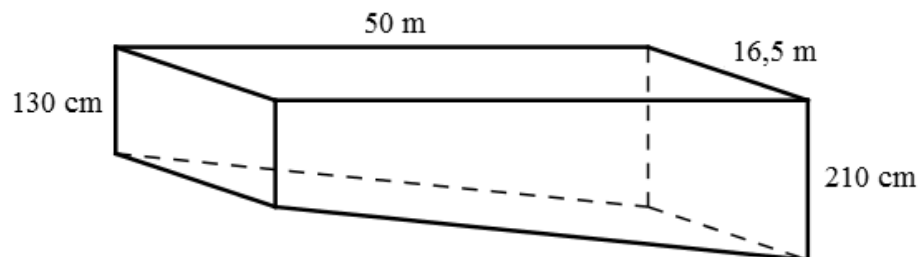
- 16.** An einem Strand wurden an jedem Tag einer Sommerwoche die täglichen Höchsttemperaturen und die Anzahl der täglich verkauften Eintrittskarten notiert. Die folgende Tabelle zeigt die notierten Daten.

	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag	Sonntag
tägliche Höchsttemperatur (°C)	31	28	27	31	32	33	28
Anzahl der verkauften Eintrittskarten	1246	1315	1167	1275	1358	2617	1786

Betrachte man die folgende Aussage bezüglich der Angaben der Tabelle: *Wenn die tägliche Höchsttemperatur größer als 30 °C ist, ist die Anzahl der an diesem Tag verkauften Eintrittskarten mehr als 1200.*

- a) Bestimmen Sie den logischen Wert der Aussage (richtig oder falsch)! Begründen Sie Ihre Antwort!
- b) Formulieren Sie die Umkehrung der Aussage, und bestimmen Sie den logischen Wert der Umkehrung der Aussage! Begründen Sie Ihre Antwort!

Ein Schwimmbecken am Strand ist 50 Meter lang, 16,5 Meter breit, und es ist am einen Ende 130 Zentimeter, am anderen Ende 210 Zentimeter tief. Das Becken ist gleichmäßig vom einen Ende bis zum anderen tiefer.



- c) Wie viel Wasser passt maximal ins Becken?
Geben Sie Ihre Antwort auf zehn Kubikmeter gerundet an!

Im Schwimmbecken wird ein Wettschwimmen für die 8 Teilnehmer eines Schwimmclubs organisiert. Die Teilnehmer werden zufällig in die 8 Bahnen eingeteilt.

- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Schwimmer, Matyi und Sári, in zwei benachbarten Bahnen schwimmen werden?

a)	2 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	6 Punkte	
d)	6 Punkte	
I.:	17 Punkte	

Von den Aufgaben 16-18 müssen Sie zwei beliebige auswählen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

- 17.**
- a)** Die Glieder einer Folge sind die positiven ganzen Zahlen (in wachsender Reihenfolge), die beim Teilen durch 3 den Rest 1 ergeben. Geben Sie das 56. Glied der Folge an, und bestimmen Sie, das wievielte Glied der Folge die 1456 ist.
 - b)** Schreiben Sie die Gleichung der Geraden auf, die durch den Punkt $A(14; 56)$ verläuft, und auf der Geraden mit der Gleichung $y = 3x + 1$ senkrecht steht!
 - c)** Geben Sie den Wertebereich der im abgeschlossenen Intervall $[-14; 56]$ definierten Funktion $x \mapsto 3 \cdot |x+1|$ an!

a)	6 Punkte	
b)	5 Punkte	
c)	6 Punkte	
I.:	17 Punkte	

Von den Aufgaben 16-18 müssen Sie zwei beliebige auswählen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

18. Ein Computerkennwort ist umso sicherer, aus je mehr Zeichen es besteht und je mehr verschiedene Zeichen aus den folgenden drei Sorten enthalten sind:

- große Buchstaben (die Buchstaben des englischen Alphabets: 26 verschiedene Möglichkeiten),
- kleine Buchstaben (auch 26 verschiedene Möglichkeiten),
- Ziffern (0, 1, ..., 9).

Die Computersoftware Reine Kraft kann in jeder Sekunde etwa 15 Millionen Kennwörter ausprobieren.

Das Kennwort von András ist nicht sicher genug. Es ist aus dem Typ **A**: Diese Kennwörter bestehen aus sechs verschiedenen Ziffern.

- a)** In welcher Zeit probiert die Software Reine Kraft alle möglichen Kennwörter des Typs **A** aus?

Das Kennwort von Balázs ist mittelmäßig sicher, Typ **B**: Diese Kennwörter bestehen aus acht kleinen Buchstaben. Das Kennwort von Cili ist entsprechend sicher, Typ **C**: Diese Kennwörter bestehen aus zehn Buchstaben, unter denen irgendwelche zwei Buchstaben groß sind. Die anderen acht Buchstaben sind klein. (In den Kennwörtern der Typen **B** und **C** dürfen auch gleiche Zeichen vorkommen.)

- b)** Wie viel Mal so viel Zeit benötigt die Software Reine Kraft für das Ausprobieren aller Kennwörter vom Typ **C** als aller vom Typ **B**?

Eine Computersoftware vergleicht das Sicherheitsniveau der angegebenen Kennwörter. Währenddessen vergleicht die Software das Sicherheitsniveau jedes angegebenen Kennwortes mit dem Sicherheitsniveau aller anderen angegebenen Kennwörter. (Die Software vergleicht zwei Kennwörter genau einmal.) Einmal hat die Software während der Untersuchung einiger Kennwörter weniger als 900 Vergleiche durchgeführt.

- c)** Höchstens wie viele Kennwörter hat die Software verglichen?

Die Verschlüsselungsalgorithmen benutzen oft große Primzahlen. Anfang 2018 ist die Nachricht erschienen, dass die bis dann gekannte größte Primzahl gefunden wurde: Das ist die $2^{77\,232\,917} - 1$. Auf einer Webseite, die sich mit mathematischen Fragen beschäftigt, ist Folgendes zu lesen: „Um die Anzahl der Ziffern einer Zahl im Zehnersystem bestimmen zu können, muss der Zehnerlogarithmus der Zahl genommen werden. Die kleinste ganze Zahl, die größer als das erhaltene Ergebnis ist, ist die Anzahl der Ziffern der fragten Zahl.“

- d)** Zeigen Sie mit der geschilderten Methode, dass die Zahl $2^{77\,232\,917}$ (im Zehnersystem) aus 23 249 425 Ziffern besteht!

a)	4 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	6 Punkte	
d)	3 Punkte	
I.:	17 Punkte	

	Aufgaben- nummer	Punktzahl		
		maximal	erreicht	Insge- samt
Teil II. A	13.	11		
	14.	12		
	15.	13		
Teil II. B		17		
		17		
		← die nicht gewählte Aufgabe		
INSGESAMT		70		

	Punktzahl	
	maximal	erreicht
Teil I.	30	
Teil II.	70	
Die Punktzahl des schriftlichen Teiles	100	

_____ Datum

_____ Korrektor

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző