

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

MATEMATIKA HORVÁT NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2019. május 7. 8:00

I.

Időtartam: 57 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Vážne informacije

1. Za rješavanje zadataka imate na raspolaganju 57 minuta, nakon isteka vremena posao morate završiti.
2. Redoslijed rješavanja zadataka je po vlastitom izboru.
3. Pri rješavanju zadataka možete koristiti džepni kalkulator bez funkcije za pohranjivanje i prikaz tekstualnih podataka, odnosno bilo koje četveroznamenkaste priručne tablice; korištenje bilo kojeg drugog elektronskog ili pisanog pomagala je zabranjeno!
4. **Konačne rezultate rješenja zadataka upišite u za to namijenjene okvire**, rezultate morate detaljizirati samo ako vas tekst zadataka upućuje na to!
5. Radnju pišite kemijskom olovkom, crteže možete crtati i grafitnom olovkom! One dijelove radnje, osim prikaza, koji su pisani grafitnom olovkom, profesor koji ispravlja radnje ne može vrednovati. Precrtano rješenje ili dio rješenja se ne može vrednovati.
6. Kod svakoga zadatka se može vrednovati samo jedno rješenje. Pri više pokušaja rješenja nedvosmisleno označite koje držite važećim!
7. Molimo vas da **u polja zatamnjenih pravokutnika ne upisujete ništa!**

1. Riješite sljedeću jednadžbu na skupu realnih brojeva!

$$x^2 + x - 2 = 0$$

	2 boda	
--	--------	--

2. Na vjenčanju pitali smo osobe peteročlanog stola da koliko poznanika imaju za stolom (poznanstva su uzajamna). Odgovori četiri osobe su zaredom: 4, 4, 4, 3. Peta osoba koliko poznanika ima za stolom?

	2 boda	
--	--------	--

3. Odredite vrijednost x -a ako je $2^{16} = 16^x$.

	2 boda	
--	--------	--

4. Volumen jedne boce koja ima oblik rotacijskog valjka je 1 litra, njezina visina je 20 cm. Izračunajte radijus osnovne kružnice boce! Detaljizirajte svoje rješenje!

	3 boda	
	1 bod	

5. Odredite logičke vrijednosti (istinita ili lažna) sljedećih tvrdnji!

A: Ako je jedan broj djeljiv s 12, onda je djeljiv sa 6.

B: Ako je jedan broj djeljiv s 3, onda je djeljiv sa 6.

C: Jedan broj je djeljiv sa 6 ako i samo ako je djeljiv s 2 i s 3.

A: B: C:	2 boda	
----------------	--------	--

6. Odredite najveći zajednički djelitelj brojeva $2^3 \cdot 3 \cdot 7^4 \cdot 19$ i $2^5 \cdot 7^2 \cdot 19$!

	2 boda	
--	--------	--

7. Odredite mjesto i vrijednost minimuma funkcije $x \mapsto 2(x-1)^2 + 5$ koja je definirana na skupu realnih brojeva!

Mjesto minimuma:	1 bod	
Vrijednost minimuma:	1 bod	

8. Koji broj je za 2 manji od svoje apsolutne vrijednosti?

	2 boda	
--	--------	--

9. Odredite nultočke funkcije $x \mapsto \sin x$ koja je definirana na zatvorenom intervalu $[0; 2\pi]$!

	2 boda	
--	--------	--

- 10.** Prvi član geometrijskog niza je 2, a četvrti član je 54.
Odredite zbroj prvih pet članova ovoga niza! Detaljizirajte svoje rješenje!

	3 boda	
	1 bod	

- 11.** Odredite koordinate središta i radijus kružnice čija jednačba je $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 25$!

Središte kružnice je:	2 boda	
Radijus kružnice je:	1 bod	

- 12.** U razredu od 32 učenika ima 14 djevojki. Od učenika ovoga razreda slučajno izaberemo dva učenika. Kolika je vjerojatnost toga da izaberemo dvije djevojke?
Detaljizirajte svoje rješenje!

	2 boda	
	1 bod	

		Broj bodova	
		maksimalni	postignut
I. dio	1. zadatak	2	
	2. zadatak	2	
	3. zadatak	2	
	4. zadatak	4	
	5. zadatak	2	
	6. zadatak	2	
	7. zadatak	2	
	8. zadatak	2	
	9. zadatak	2	
	10. zadatak	4	
	11. zadatak	3	
	12. zadatak	3	
UKUPNO		30	

Datum

Profesor koji je ispravio
radnju

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. május 7.

MATEMATIKA HORVÁT NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2019. május 7. 8:00

II.

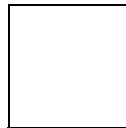
Időtartam: 169 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Vážne informacije

1. Za rješavanje zadataka imate na raspolaganju 169 minuta, nakon isteka vremena morate završiti posao.
2. Redosljed rješavanja zadataka je po vlastitom izboru.
3. Od tri zadatka dijela **B** morate riješiti samo dva. **Nakon završetka radnje redni broj neizabranog zadatka upišite u sljedeći kvadrat!** Ako za profesora koji bude ispravljao radnju *ne bude nedvosmisleno* jasno za koji od zadataka tražite da ne bude vrednovan, onda po naznačenom poretku za posljednji zadatak nećete dobiti bodove!



4. Pri rješavanju zadataka možete koristiti džepni kalkulator bez funkcije za pohranjivanje i prikaz tekstualnih podataka, odnosno bilo koje četveroznamenkaste priručne tablice, upotreba drugih elektroničkih ili pisanih pomagala je zabranjena!
5. **U svakom slučaju napišite postupke rješavanja, jer znatan dio bodova se daje za to!**
6. **Pripazite na to da se i važniji parcijalni izračuni mogu slijediti!**
7. Za razlaganje slijeda promišljanja se **korištenje džepnog kalkulatora – bez daljnjeg matematičkog objašnjenja – može prihvatiti za sljedeće operacije:** zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje, stepenovanje, korjenovanje, $n!$, izračunavanje $\binom{n}{k}$, supstitucija tablica koje se nalaze u priručnim tablicama (sin, cos, tg, log i njihove inverzije), zadavanje približne vrijednosti brojeva π i e , definiranje korijena kvadratne jednačbe uređene na nulu. Bez daljnjeg matematičkog objašnjenja se smiju koristiti džepni kalkulatori za izračunavanje prosjeka i standardne devijacije u onim slučajevima kada se tekstom zadatka izričito ne traži prikazivanje detaljnih izračuna u svezi s tim. **U ostalim slučajevima se izračuni obavljani strojem tretiraju postupkom bez opravdanja, stoga se za to ne daju bodovi.**
8. Pri rješavanju zadataka imena poučaka (npr. Pitagorin poučak, poučak o visini pravokutnog trokuta) koje koristite i koje ste učili u školi ne morate točno formulirati, dovoljno je navesti samo njihova imena, ali *mogućnosti njihove primjene treba ukratko argumentirati.*

9. Konačne rezultate zadatka (odgovore na postavljena pitanja) priopćite i tekstualnom formulacijom!
10. Radnju pišite kemijskom olovkom, prikaze možete crtati i olovkom. One dijelove radnje – osim prikaza – koji su pisani grafitnom olovkom, profesor koji ispravlja radnje ne može vrednovati. Precrtano rješenje ili dio rješenja se ne može vrednovati.
11. Kod svakog zadatka se može vrednovati samo jedno rješenje. U slučaju više pokušaja rješavanja **nedvosmisleno označite** koje od njih smatrate važećim!
12. Molimo vas **da u polja sivih pravokutnika ne upisujete ništa!**

A

13. Dva društva posjećuju gradski zoološki vrt. Prvo društvo za 1 odraslu i 4 dječje ulaznice plaća 4300 forinti, a drugo društvo za 2 odrasle i 5 dječjih ulaznica plaća 6350 forinti.

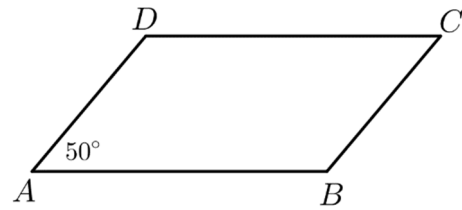
a) Izračunajte cijenu odrasle i dječje ulaznice!

Bruto cijena što se naplaćuje za ulaznice je zbroj neto cijene i poreza na dodatnu vrijednost (PDV, u Mađarskoj ÁFA). PDV je 27% od neto cijene.

b) Koliko forinti je PDV unutar bruto cijene od 6350 forinti, odnosno svota PDV-a koliko posto je od bruto cijene?

a)	6 bodova	
b)	5 bodova	
U.:	11 bodova	

14. Stranica AB od paralelograme $ABCD$ je dugačka 5 cm, a stranica AD je dugačka 3 cm. Kut u vrhu A paralelograme je velik 50° .



- a) Izračunajte dužinu visine paralelograme koja pripada stranici AB i površinu paralelograme!
- b) Izračunajte dužinu dijagonale AC od ove paralelograme!
- c) Neka vektor \overrightarrow{AD} označuje \mathbf{a} , a vektor \overrightarrow{DB} označuje \mathbf{b} . Pomoću vektora \mathbf{a} i \mathbf{b} odredite vektore \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{CD} !

a)	4 boda	
b)	4 boda	
c)	4 boda	
U .:	12 bodova	

15. U jednom slučajnom pokusu istovremeno bacamo dvije pravilne igraće kockice. Ovaj pokus ćemo više puta zaredom izvoditi. Nakon svakog bacanja zapisujemo zbroj bačenih brojeva, to ćemo smatrati ishodom pokusa.

Nakon prvih devet pokusa zabilježili smo sljedeće zbrojeve: 9, 3, 5, 4, 11, 6, 9, 6, 10.

- a) Izračunajte prostranost, medijan, prosjek i standardnu devijaciju skupa podataka tih devet brojeva!

Neka događaj A bude da je ishod pokusa veći od 4 ali manji od 9.

- b) Odredite relativnu učestalost događaja A nakon prvih devet pokusa!

- c) Izračunajte vjerojatnost događaja A !

a)	5 bodova	
b)	2 boda	
c)	6 bodova	
U .:	13 bodova	

B

Od 16.-18. zadatka morate riješiti izabrana dva zadatka, po vlastitom izboru, a redni broj izostavljenog zadatka upišite u prazno polje kvadrata na 2. stranici!

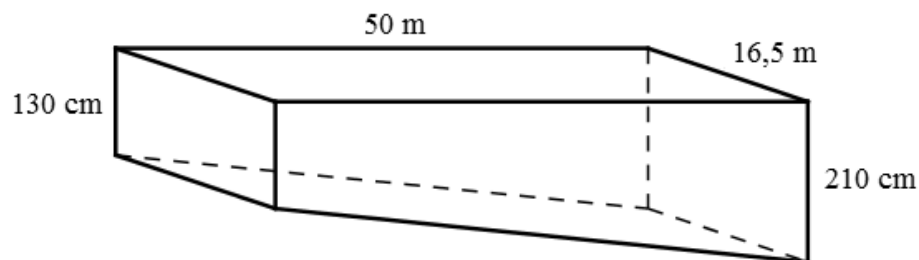
- 16.** Na jednoj plaži jednoga ljetnjega tjedna je svaki dan zabilježena najviša dnevna temperatura i broj prodanih ulaznica toga dana. Sljedeća tabeica pokazuje zabilježene podatke.

	ponedjeljak	utorak	srijeda	četvrtak	petak	subota	nedjelja
najviša dnevna temperatura (°C)	31	28	27	31	32	33	28
broj prodanih ulaznica	1246	1315	1167	1275	1358	2617	1786

Sljedeća tvrdnja govori o podacima navedenim u tabelici: *Ako je najviša dnevna temperatura viša od 30 °C onda je broj prodanih ulaznica ovoga dana viši od 1200.*

- a) Odredite logičku vrijednost (istinita ili lažna) ove tvrdnje! Obrazložite svoj odgovor!
- b) Napišite obrnutu tvrdnju i odredite logičku vrijednost obrnute tvrdnje! Obrazložite svoj odgovor!

Jedan od bazena na ovoj plaži je dugačak 50 metara i širok 16,5 metara, na jednome kraju je dubok 130 centimetara, a na drugome kraju je dubok 210 centimetara. Bazen od jednoga kraja do drugog jednoliko postaje dublji.



- c) Najviše koliko vode je moguće uliti u bazen?
Svoj odgovor zaokružite na deset kubičnih metara!

U bazenu se organizira natjecanje za 8 sudionika plivačkog logora. Natjecatelji se slučajno raspoređuju u 8 traka u bazenu.

- d) Kolika je vjerojatnost toga da dva natjecatelja, Matija i Sara, će plivati u dvije trake koje su susjedne jedna s drugom?

a)	2 boda	
b)	3 boda	
c)	6 bodova	
d)	6 bodova	
U .:	17 bodova	

Od 16.-18. zadatka morate riješiti izabrana dva zadatka, po vlastitom izboru, a redni broj izostavljenog zadatka upišite u prazno polje kvadrata na 2. stranici!

- 17.** a) Članovi jednoga niza su oni pozitivni cijeli brojevi (u rastućem redoslijedu) koji daju 1 ostatak kada ih dijelimo s 3. Izračunajte 56. član ovoga niza i odredite da po broju koji član je 1456!
- b) Napišite jednadžbu pravca koji prelazi preko točke $A(14; 56)$ i okomit je na pravac $y = 3x + 1$!
- c) Odredite područje vrijednosti funkcije $x \mapsto 3 \cdot |x+1|$ koja je definirana na zatvorenom intervalu $[-14; 56]$!

a)	6 bodova	
b)	5 bodova	
c)	6 bodova	
U.:	17 bodova	

Od 16.-18. zadatka morate riješiti izabrana dva zadatka, po vlastitom izboru, a redni broj izostavljenog zadatka upišite u prazno polje kvadrata na 2. stranici!

18. Lozinka za računalo je to sigurnija što više karaktera sadržava i od sljedeća tri vrsta karaktera što više vrsti ima u njoj:

- veliko slovo (slova engleske abecede: 26 različitih mogućnosti),
- malo slovo (također 26 različitih mogućnosti),
- znamenka (0, 1, ..., 9).

Aplikacija za računalo Sirova snaga može isprobati otprilike 15 milijuna lozinki po sekundi.

Andrašova lozinka nije dovoljno sigurna, po sigurnosti pripada tipu **A**: ove lozinke se sastoje od šest različitih znamenki.

a) Za koliko vremena može aplikacija Sirova snaga isprobati sve moguće lozinke tipa **A**?

Balažova lozinka je po sigurnosti osrednja, pripada tipu **B**: ove lozinke se sastoje od osam malih slova. Cilijina lozinka je dovoljno sigurna, pripada tipu **C**: ove lozinke se sastoje od deset slova među kojima bilo koja dva su velika slova, a ostalih osam su mala slova. (U lozinkama i tipa **B** i tipa **C** mogu biti jednaki karakteri.)

b) Koliko puta više vremena je potrebno aplikaciji Sirova snaga da isproba sve moguće lozinke tipa **C** nego sve moguće lozinke tipa **B**?

Jedan program za računalo uspoređuje razinu sigurnosti zadanih lozinki. Tijekom toga uspoređuje sve zadane lozinke sa svim ostalim zadanim lozinkama. (Program točno jedan put uspoređuje bilo koje dvije lozinke.) Jednom je prilikom, kada je ovaj program uspoređivao nekoliko lozinki, izvršio manje od 900 usporedbi.

c) Najviše koliko lozinke je ovaj program uspoređio?

Algoritmi za šifriranje često koriste velike prim brojeve. Početkom 2018. godine je objavljena vijest da je otkriven do tada poznati najveći prim broj: to je $2^{77\ 232\ 917} - 1$. Na jednoj web stranici koja se bavi s matematičkim temama je objavljeno sljedeće: „Za određivanje znamenki pozitivnog cijelog broja u dekadskom brojevnom sustavu najprije treba odrediti njegov dekadni logaritam. Najmanji broj među onim cijelim brojevima koji su veći od tako dobijenog broja će biti jednak s brojem znamenki broja.“

d) Pomoću ove metode pokažite da broj $2^{77\ 232\ 917}$ (u dekadskom brojevnom sustavu) ima 23 249 425 znamenki!

a)	4 boda	
b)	4 boda	
c)	6 bodova	
d)	3 boda	
<u>U.:</u>	17 bodova	

	Redni broj zadatka	Broj bodova		
		maksimalni	postignuti	ukupni
II. A dio	13.	11		
	14.	12		
	15.	13		
II. B dio		17		
		17		
		← neizabrani zadatci		
	UKUPNO	70		

	Broj bodova	
	maksimalni	postignuti
I. dio	30	
II. dio	70	
Broj bodova pismenog dijela ispita	100	

_____ Datum

_____ Profesor koji je ispravio radnju

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző