Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2016. május 3.

MATEMATIKA SZERB NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2016. május 3. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Важне информације

1. Време за решавање задатака је 240 минута, након његовог истека треба завршити са радом.

2. Редослед решавања задатака је произвољан.

3. У **II** делу од датих пет задатака треба решити само четири. **Након завршетка рада упишите у доњи квадрат редни број задатка који не решавате**! Ако наставник који исправља *не може једносмислено да утврди* за који задатак не желите да се бодује, онда за последњи задатак по датом редоследу нећете добити бодове.

4. Приликом решавања задатака могу се користити дигитрон (који не може да меморише и приказује текстуалне податке) и логаритамске таблице са четвороцифреним бројевима, коришћење других електронских или писаних средстава је забрањено!

5. **У сваком случају запишите поступак који сте применили приликом решавања задатака, јер се за то даје значајан део бодова!**

6. **Трудите се да значајнији делови прорачуна могу да се прате и контролишу!**

7. Међу теоремама које сте користили приликом решавања задатака, оне које сте већ учили у школи и имају своје име (нпр. Питагорина теорема, теорема о висинама) није потребно тачно објаснити; довољно је споменути назив теореме, али примену треба кратко образложити. У случају да се позивате на друге теореме, то ће се прихватити у потпуности само ако тврдњу тачно искажете заједно са сваким условом (без доказивања), и образложите њену примену у датом проблему.

8. Коначно решење задатка (одговор који се даје на постављено питање) наведите и у текстуалном облику!

9. Задатке пишите хемијском оловком, а скице можете цртати обичном (графитном) оловком. Делове који су писани графитном оловком – осим скица – наставник који исправља неће оцењивати. Ако прецртате неко решење или део решења, тај део се неће вредновати.

10. Код сваког задатка се вреднује (оцењује) само једно решење. У случају да покушате са више решења, **једносмислено означите** за које решење сте се одлучили!

11. Молимо вас **да у сиве правоугаонике ништа не уписујете!**

I.

1. Решите следеће једначине у скупу реалних бројева!

a) $\frac{2x+11}{3}=\sqrt{x^2+6x+9}$

b) $\log_2(x+1)+\log_2(x-3)-\log_2(x+9)=1$

a)	6 бодова	
b)	7 бодова	
У.:	13 бодова	

2. У једном разреду од 28 ученика сваки ученик има закључену оцену из физике и из математике. 23 ученика нису добила „петицу“ из физике, а 21 ученик није добио оцену „петицу“ из математике, али њих десеторо су добили петицу барем из једног од та два предмета.

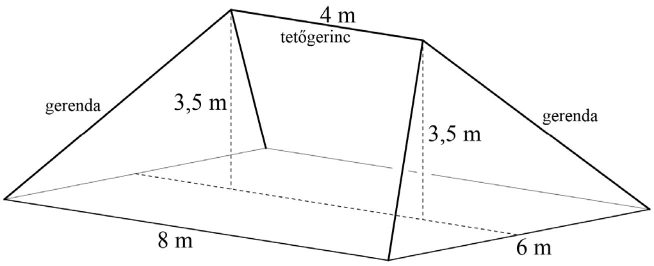
a) Колико ученика има петицу из оба предмета?

О скуповима A и B знамо да су број чланова скупова $A \setminus B$, $A \cap B$, и скуп A и скуп B (у овом редоследу), прва четири члана једног растућег аритметичког низа. Збир елемената скупа A и скупа B је 28.

b) Одредите први члан аритметичког низа и разлику тог низа!

a)	4 бода	
b)	7 бодова	
У.:	11 бодова	

3. На једну зграду правоугаоне основе, широку 6 м и дугачку 8 м, постављају „шаторски“ кров. Слеме крова које је дугачко 4 м налази се изнад таванице на средини између дужих страница правоугаоника, на висини од 3,5 метара. У теменима таванице правоугаоне основе се ослањају четири носеће греде једнаке дужине које држе слеме.



(tetőgerinc – слеме; gerenda – греда)

a) Израчунајте дужину носећих греда и угао који заклапају са хоризонталном равни!

На трапезни део крова који гледа према југу полажу један соларни елемент правоугаоног облика. Једна страница правоугаоника је положена на доњу ивицу крова, а наспрамна страница на средњу линију трапеза. Соларни елемент се нигде не пружа преко крова.

b) Колико износи највећа површина соларног елемента који се на претходно описани начин може поставити на кров?
Одговор напишите у квадратним метрима, заокружен на једну десетицу!

a)	7 бодова	
b)	6 бодова	
У.:	13 бодова	

4. Руководиоци рукометне екипе једног града би желели да повећају приход од улазница на првенственим мечевима. Подаци из претходних година показују да су у случају цене улазнице од 1500 форинта, просечно њих 1000 купили улазницу. Из података се испоставило и то да, колико пута су смањили цену улазнице за 5 форинта, просечно су толико пута за 10 особа више купили улазницу за одређену утакмицу; ако повећају цену улазнице, онда колико пута за 5 форинта порасте цена улазнице, просечно толико пута се за 10 особа смањи број гледалаца који купују улазницу. (Цена улазнице у форинтама може да се завршава на 0 или на 5.)

a) Прикажите, ако је тренутна цена улазнице 1500 форинти, да ће према наведеном моделу у случају повећања цена улазница за било коју суму опасти укупан приход!

b) Према датом моделу, колико може бити највећи приход од цене улазница на једној утакмици, и колико треба платити у том случају за једну улазницу?

a)	6 бодова	
b)	8 бодова	
У.:	14 бодова	

II.

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3!

5. У једној фабрици на две аутоматске производне линије производе исте кошуље. На првој производној линији од произведених 4000 кошуља 2% је са грешком, а на другој линији од 5000 кошуља 3,4% је са грешком.
Готове кошуље су однете у исти магацин и помешале су се. Од 9000 кошуља случајно изаберемо једну, и видимо да је кошуља са грешком.

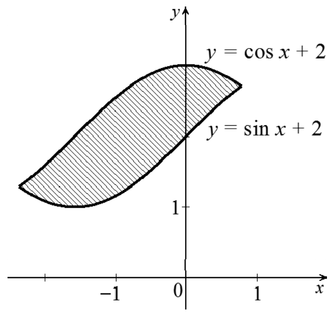
a) Колика је вероватноћа да је кошуља са грешком призведена на другој производној линији?

У продавници Киш су за једну кошуљу са грешком прво дали попуст од 500 форинта, а ускоро затим су нову цену поново смањили за *p*% од тога. Тако је кошуља постала скупља за 50 форинти, него у случају да су прво смањили цену за *p*% и после за 500 фт, међутим постала је за 90 фт јефтинија, него у случају да су два пута смањили цену за *p*%.

b) Одредите вредност *p*, као и оригиналну цену кошуље пре попуста!

a)	5 бодова	
b)	11 бодова	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3!



6. **a)** Израчунајте површину геометријске слике на цртежу, коју ограничавају две криве (линије)!
(Једна линија која ограничава површину је део криве чија је једначина $y = \sin x + 2$, а друга део криве чија је једначина $y = \cos x + 2$.)

b) Докажите ако је $a_n = \dfrac{11n-5}{3n-8}$, онда низ $\{a_n\}$ није монотон, али је ограничен!
($n \in \mathbf{N}^+$)

a)	8 бодова	
b)	8 бодова	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3!

7. **a)** Одредите колико има таквих целих позитивних бројева који су мањи од 1000, међу чијим цифрама се не налази 0, а 1 се налази барем једном.

Дата је група података која се састоји од позитивних целих бројева, њен модус је 32, просек 22, а најмањи податак је 10. Елемет m је медијана групе података и њена фреквенција је 1.
Ако би m заменули са $(m + 10)$, онда би просек нове групе података био 24. Ако би у првобитној групи података број m заменули са $(m - 5)$, медијана ове групе података би била $m - 4$.

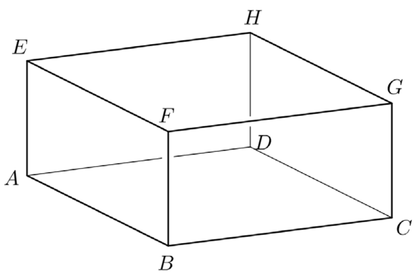
b) Докажите да се група података састоји од пет елемената!

c) Одредите елементе првобитне, почетне групе података!

a)	6 бодова	
b)	2 бода	
c)	8 бодова	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3!

8. Дат је квадар *ABCDEFGH* код којег су *AE*, *BF*, *CG* и *DH* вертикалне ивице на страницу *ABCD*. Дужине три ивице квадра су: *AB* = цм, 12 *AD* = 16 цм и *AE* = 5 цм.



a) Израчунајте запремину тетраедра *ACFH*!

b) Докажите да су странице тетраедра *ACFH* подударни троуглови!

c) Докажите да су странице тетраедра *ACFH* оштроугли троуглови!

Дужина ивице *PQ* тетраедра *PQRS* је 10 цм, ивица *PS* је 15 цм, а ивица *SR* је дугачка 40 цм. Дужине остале три ивице су 20 цм, 25 цм и 30 цм.

d) Колико различитих тетраедара задовољава овим условима? (Подударне тетраедре не сматрамо да су различити.)

a)	4 бода	
b)	3 бода	
c)	5 бодова	
d)	4 бода	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3!

9. У једној друштвеној игри са фигурицом идемо напред по дугачкој правој стази. Полазимо од поља Старт; према броју који бацимо правилном коцкицом за игру, крећемо се унапред за 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Ако током игре било када станемо на поље 4, треба да се вратимо на поље Старт и поново започињемо игру. У овој друштвеној игри се иде „уназад“ само уколико се стане на поље 4.

Старт	1	2	3	**4**	5	6	7	…

a) Колика је вероватноћа да ћемо барем једном стати на поље 4?

Андрија је до сада три пута бацао коцкицу, и пре четвртог бацања стоји управо на пољу Старт.

b) На колико начина може да се изведе серија бацања коцкице коју је Андрија прва три пута бацио?

a)	9 бодова	
b)	7 бодова	
У.:	16 бодова	

	редни број задатака	максималан број бодова	постигнут број бодова	максималан број бодова	постигнут број бодова
I део	1.	13		**51**	
	2.	11			
	3.	13			
	4.	14			
II део		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← задатак који се не решава			
Број бодова писменог дела испита				**115**	

датум

наставник који исправља

	elért pontszám **egész számra** kerekítve / постигнут број бодова заокружен на **цео број**	programba beírt **egész** pontszám/ број **целих** бодова уписаних у програм
I. rész I део		
II. rész II део		

javító tanár/
наставник који исправља

jegyző/ записничар

dátum/ датум

dátum/ датум