Azonosító jel: | | | | | | | | | | | | | | |

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2016. május 3.

MATEMATIKA NÉMET NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2016. május 3. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 240 Minuten zur Verfügung, nach dem Ablauf der Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.

2. Die Reihenfolge der Ausarbeitung der Aufgaben ist beliebig.

3. Im Teil II müssen Sie nur vier von den fünf gegebenen Aufgaben lösen. **Schreiben Sie am Ende ihrer Arbeit die Nummer der nicht gewählten Aufgabe in das Kästchen!** Wenn es für die Korrektoren nicht eindeutig erkennbar ist, welche Aufgabe Sie nicht wählen wollten, wird die neunte Aufgabe nicht bewertet.

4. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die für die Speicherung und Darstellung von Texten nicht geeignet sind, und ein beliebiges Tafelwerk zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind nicht erlaubt!

5. **Beschreiben Sie den Lösungsweg immer ausführlich, denn die meisten für die Aufgabe bestimmten Punkte werden dafür vergeben!**

6. **Achten Sie darauf, dass die wichtigsten Berechnungen anschaulich sind!**

7. Sätze, die Sie in der Schule mit Namen gelernt haben (z. B. Satz von Pythagoras, Höhensatz), müssen nicht formuliert werden. Es reicht, wenn Sie den Namen des Satzes nennen und kurz begründen, warum der Satz hier verwendbar ist. Der Bezug auf weitere Sätze wird nur dann vollständig akzeptiert, wenn Sie den Satz mit allen Bedingungen genau formulieren (ohne Beweis) und seine Anwendung im konkreten Fall begründen.

8. Die Endergebnisse der Aufgaben, die die gestellte Frage beantworten, müssen Sie in einem Antwortsatz formulieren!

9. Schreiben sie mit Kugelschreiber oder mit Tinte, die Abbildungen können auch mit Bleistift gezeichnet werden! Außerhalb der Abbildungen werden die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, kann dieses nicht bewertet werden.

10. Bei den einzelnen Aufgaben ist nur eine Lösung zu bewerten. Bei mehreren Lösungsversuchen **markieren Sie bitte eindeutig**, welchen Sie für richtig halten!

11. Beschreiben Sie **bitte die grauen Kästchen nicht**!

I.

1. Lösen Sie die Gleichungen in der Menge der reellen Zahlen!

a) $\frac{2x+11}{3}=\sqrt{x^2+6x+9}$

b) $\log_2(x+1)+\log_2(x-3)-\log_2(x+9)=1$

a)	6 Punkte	
b)	7 Punkte	
I.:	13 Punkte	

2. In einer Klasse mit 28 Schülern bekommen alle Schüler am Ende des Jahres je eine Note in Mathematik und Physik. 23 Schüler haben in Physik keine Fünf bekommen und 21 Schüler haben in Mathematik keine Fünf bekommen. Es gab 10 Schüler, die in mindestens in einem der beiden Fächer eine Fünf bekommen haben.

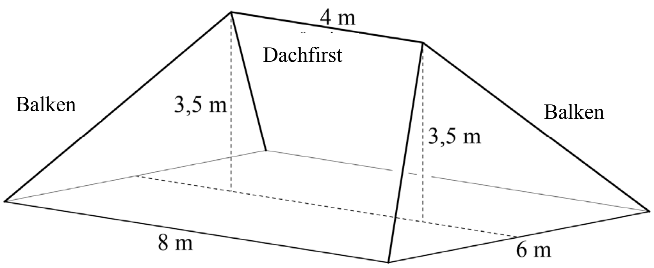
a) Wie viele Schüler haben eine Fünf in beiden Fächern?

Man weiß über die Mengen A und B, dass die Anzahl der Elemente der Mengen $A \setminus B$, $A \cap B$, A und B (in dieser Reihenfolge) die ersten vier Glieder einer wachsenden arithmetischen Folge sind. Die Summe der Anzahl der Elemente der Mengen A und B ist 28.

b) Bestimmen Sie das erste Glied und die Differenz der arithmetischen Folge!

a)	4 Punkte	
b)	7 Punkte	
I.:	11 Punkte	

3. Über ein Gebäude mit einem rechteckigen Grundriss mit den Seiten 6 Meter und 8 Meter wird ein Walmdach gebaut. Der 4 Meter lange Dachfirst liegt über der längeren Mittellinie des Rechteckes der Decke in einem Abstand von 3,5 Meter. Der Dachfirst wird von vier gleichlangen Balken getragen, die von den vier Ecken der Decke ausgehen.



a) Berechnen Sie die Längen und den eingeschlossenen Winkel mit der horizontalen Ebene der Balken!

Auf die südliche, trapezförmige Seite des Daches wird eine rechteckige Solarzelle gelegt. Die eine Seite des Rechtecks liegt auf der unteren Kante des Daches, die dazu parallele Seite auf der Mittellinie des Trapezes. Die Solarzelle ragt aus dem Dach nicht hinaus.

b) Wie groß kann die größte Solarzelle sein, die nach der oberen Methode auf dem Dach angebracht werden kann?
Geben Sie Ihre Antwort in Quadratmeter, auf eine Nachkommastelle gerundet an!

a)	7 Punkte	
b)	6 Punkte	
I.:	13 Punkte	

4. Die Manager der Handballmannschaft einer Stadt wollen die Einnahmen aus dem Kartenverkauf steigern. Die Daten der vorigen Jahre zeigen: Bei einem Kartenpreis von 1500 Ft wurden durchschnittlich 1000 Karten gekauft. Aus den Daten ergibt sich auch: Wenn die Kartenpreise um je 5 Ft reduziert wurden, erhöhte sich die Zahl der verkauften Karten durchschnittlich um je 10 Stück. Wenn sie aber die Preise um je 5 Ft erhöht haben, reduzierte sich die Anzahl der verkauften Karten um je 10 Stück. (Der Kartenpreis in Ft kann auf 0 oder auf 5 enden).

a) Zeigen Sie: Wenn der Kartenpreis jetzt 1500 Ft ist, wird die Gesamteinnahme nach dem obigen Modell kleiner sein, wenn die Kartenpreise im beliebigen Maße erhöht werden!

b) Wie groß kann die größte Einnahme aus den Kartenpreisen in einem Spiel mit dem obigen Modell sein und was muss man in diesem Fall für eine Karte bezahlen?

a)	6 Punkte	
b)	8 Punkte	
I.:	14 Punkte	

II.

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

5. In einem Betrieb werden mit zwei Automaten gleiche Hemden hergestellt. 2% der von dem ersten Automaten hergestellten 4000 Hemden und 3,4% der von dem zweiten Automaten hergestellten 5000 Hemden sind fehlerhaft.
Die fertigen Hemden kommen gemischt in das gleiche Lager. Aus den 9000 Hemden wird eins zufälligerweise ausgewählt und ist fehlerhaft.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das fehlerhafte Hemd vom zweiten Automaten hergestellt wurde?

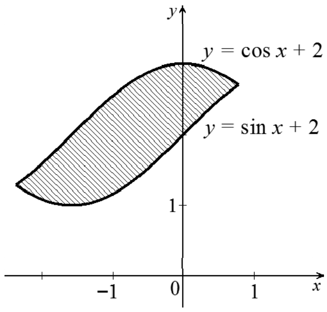
Im „Kleinen Warenhaus“ hat man vom Preis des Hemdes zuerst 500 Ft Rabatt gegeben, dann wurde der neue Preis weiter um p% (des neuen Preises) reduziert. So wurde der Preis um 50 Ft teurer, als hätte man zuerst den Preis um p% reduziert und dann 500 Ft Rabatt gegeben. Aber es wurde um 90 Ft billiger, als hätte man den Preis zweimal um p% reduziert.

b) Bestimmen Sie den Wert von p und den ursprünglichen Preis des Hemdes!

a)	5 Punkte	
b)	11 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

6. **a)** Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur in der Abbildung, die durch zwei Linien begrenzt ist! (Die eine Linie ist ein Teil der Funktion $y = \sin x + 2$, die andere der Funktion $y = \cos x + 2$.)



b) Beweisen Sie: Wenn $a_n = \dfrac{11n-5}{3n-8}$ ist, dann ist die Folge $\{a_n\}$ nicht monoton, aber beschränkt! ($n \in \mathbf{N}^+$)

a)	8 Punkte	
b)	8 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

7. **a)** Bestimmen Sie, wie viele positive ganze Zahlen es gibt, die kleiner als 1000 sind, unter deren Ziffern die 0 nicht, aber die 1 mindestens einmal vorkommt!

Der Modus einer aus positiven ganzen Zahlen bestehenden Grundgesamtheit ist 32, ihr Durchschnitt ist 22, ihr kleinster Wert ist 10. Der Median m ist ein Teil der Grundgesamtheit und seine Häufigkeit ist 1.
Wenn m auf $(m + 10)$ getauscht wäre, wäre der Durchschnitt der so entstandenen neuen Grundgesamtheit 24. Wenn in der ursprünglichen Grundgesamtheit die Zahl m auf $(m - 5)$ getauscht würde, wäre der Median der so entstandenen neuen Grundgesamtheit $m - 4$.

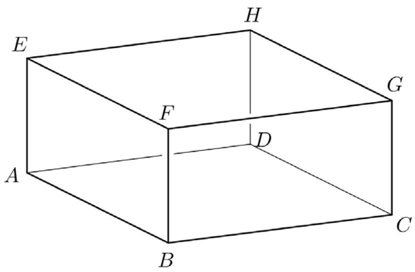
b) Beweisen Sie, dass die Grundgesamtheit aus fünf Zahlen besteht!

c) Bestimmen Sie die Elemente der ursprünglichen Grundgesamtheit!

a)	6 Punkte	
b)	2 Punkte	
c)	8 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

8. Im Quader *ABCDEFGH* sind die Kanten, die auf die Seite *ABCD* senkrecht stehen *AE*, *BF*, *CG* und *DH*. Die Längen dreier Kanten des Quaders sind: $AB = 12$ cm, $AD = 16$ cm und $AE = 5$ cm.



a) Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders *ACFH*!

b) Beweisen Sie, dass die Seiten des Tetraeders *ACFH* kongruente Dreiecke sind!

c) Beweisen Sie, dass die Seiten des Tetraeders *ACFH* spitzwinklige Dreiecke sind!

Im Tetraeder *PQRS* sind die Kanten *QP* gleich 10 cm, *PS* gleich 15 cm und *SR* gleich 40 cm lang. Die Längen der anderen drei Kanten sind 20 cm, 25 cm und 30 cm.

d) Wie viele verschiedene Tetraeder entsprechen den Bedingungen? (Die kongruenten Tetraeder werden nicht als unterschiedlich betrachtet.)

a)	4 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	5 Punkte	
d)	4 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

9. In einem Gesellschaftsspiel kommt man mit den Figuren in einem langen, geraden Feld voran. Man geht im Startfeld los und kann entsprechend den (mit regulärem Spielwürfel) gewürfelten Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 Felder vorankommen. Wenn wir während des Spiels auf das Feld 4 kommen, müssen wir auf das Startfeld zurück und das Spiel neu beginnen. In diesem Spiel kann man nur dann „rückwärts“ kommen, wenn man auf das Feld 4 kommt.

Start	1	2	3	**4**	5	6	7	…

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mindestens einmal auf das Feld 4 kommt?

Andreas hat bis jetzt dreimal gewürfelt. Vor seinem vierten Wurf steht er wieder auf dem Startfeld.

b) Aus wie vielen verschieden Zahlenreihen können seine ersten drei Würfe bestehen?

a)	9 Punkte	
b)	7 Punkte	
I.:	16 Punkte	

<table>
<tr><th></th><th>Die Nummer der Aufgabe</th><th>maximale Punktzahl</th><th>erreichte Punktzahl</th><th>maximale Punktzahl</th><th>erreichte Punktzahl</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Teil I</td><td>1.</td><td>13</td><td></td><td rowspan="4">51</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>11</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>13</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">Teil II</td><td></td><td>16</td><td></td><td rowspan="4">64</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">← nicht gewählte Aufgabe</td></tr>
<tr><td colspan="4">Punktzahl des schriftlichen Teiles der Prüfung</td><td>115</td><td></td></tr>
</table>

Datum

Korrektor

	elért pontszám **egész számra** kerekítve/ erreichte Punktzahl **auf eine ganze** gerundet	programba beírt **egész** pontszám/ ins Programm eingetragene **ganze** Punktzahl
I. rész / Teil I		
II. rész /Teil II		

javító tanár / Korrektor

jegyző / Schriftführer

dátum / Datum

dátum / Datum