ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2016. május 3.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Instructions importantes

Les prescriptions de forme:

1. Vous êtes prié de corriger la copie **lisiblement avec un stylo de couleur différente** de celle utilisée par le candidat.
2. Le nombre de points maximal apparaît dans le premier des rectangles gris se trouvant à côté des exercices. **Le nombre de points** donné par l'examinateur doit figurer dans **le rectangle** adjacent.
3. **En cas de solution impeccable,** vous êtes prié d'inscrire le nombre de points maximal et de signaler par le symbole ✓ que vous avez lu l'unité conceptuelle concernée et que vous l'avez évalué correcte.
4. En cas de solution incomplète ou fausse, veuillez écrire **les nombres de points partiels** sur la copie en indiquant la faute. Il est également accepté de marquer le retrait des points partiels sur la copie si l'évaluation est ainsi plus compréhensible pour le candidat. Ne pas laisser de partie dans la résolution dont on ne peut pas décider si elle est juste, erronée ou inutile.
5. Lors de la correction, **utilisez les notations suivantes.**
    - une étape juste: ✓
    - une erreur de principe: *un double-soulignage*
    - une erreur de calcul ou une autre erreur qui n'est pas de principe: *un simple soulignage*
    - une étape correcte fondée sur des données initiales erronées: *le symbole* ✓ *barré ou pointillé*
    - justification insuffisante, énumération incomplète ou d'autres lacunes: *le symbole de lacune* ($\sqrt{\ }$)
    - partie non compréhensible*: point d'interrogation et/ou ligne ondulée*
6. A l'exception des schémas, **les parties écrites au crayon** ne doivent pas être évaluées.

Les exigences de contenu:

1. Pour certains exercices, on a donné l'évaluation de plusieurs variantes de résolution. Si une **résolution en diffère,** recherchez-y les parties de résolution qui équivalent à certains détails du guide, et proposez des points en fonction.
2. Les points proposés par le guide d'évaluation **peuvent être décomposés sauf interdiction mentionnée**. Toutefois, les points attribués doivent être entiers.
3. Si dans la solution on rencontre **une erreur de calcul** ou une imprécision alors on enlève seulement les points de la partie où l'étudiant a commis l'erreur. S'il continue le calcul en utilisant le résultat partiel faux mais par un raisonnement juste et si le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors le candidat a droit aux points partiels ultérieurs.
4. **En cas d'erreur de principe,** dans une même unité conceptuelle (dans le guide, elles sont séparées par une double ligne), on n'attribue aucun point même si certaines étapes mathématiques sont formellement correctes. Cependant si le candidat continue le calcul, en partant du faux résultat issu de l'erreur de principe, mais d'une manière juste dans l'unité conceptuelle ou la question partielle suivante, et si le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors il a droit au nombre de points maximal de cette partie.

5. Si une unité de **mesure** ou une **remarque** est mise entre parenthèses dans le guide alors même en l'absence de celle-ci, la solution est complète.
6. Sur les différentes tentatives de résolution données à un exercice, **seule la variante indiquée par le candidat** peut être évaluée. Lors de la correction, indiquez clairement laquelle des variantes était corrigée et laquelle non.
7. **On ne peut pas attribuer de bonus** aux solutions (à savoir un nombre de points dépassant le maximum de points prévus pour l'exercice ou partie d'exercice donné.)
8. Le nombre total de points attribué à un exercice ou à une partie d'exercice ne peut pas être négatif.
9. **Un retrait de points ne doit pas être effectué** pour des calculs partiels, étapes partielles erronées mais inexploités par la suite.
10. Utilisation justificative (par exemple des données lues par une mesure) des **figures** n'est pas acceptée.
11. En ce qui concerne les **probabilités**,on peut accepter les réponses correctes exprimées sous forme de pourcentage (sauf en cas de mention contraire).
12. Si le texte d'un exercice ne précise pas l'arrondi attendu, on accepte les résultats partiels ou finaux **arrondis correctement et raissonablement**.
13. **Seules 4 résolutions d'exercices peuvent être évaluées sur les 5 exercices proposés dans la partie II. de l'épreuve écrite.** Dans le carré correspondant, le candidat a - vraisemblablement- inscrit le numéro de l'exercice dont il ne désire pas l'évaluation dans la somme totale des points. De sorte qu'il ne faut pas corriger la solution éventuellement donnée à cet exercice. Si le candidat n'inscrit pas d'une manière univoque le numéro de l'exercice dont il ne demande pas l'évaluation, alors c'est automatiquement le dernier exercice dans l'ordre proposé par l'énoncé qu'il ne faut pas évaluer.

Attention ! La partie titrée **Instructions importantes** se trouvant au début du guide a été esseniellement modifiée. Prière de l'étudier attentivement avant la correction.

I.

1. a) **la première variante de résolution**		
En élevant les deux membres de l'équation au carré : $\frac{4x^2+44x+121}{9}=x^2+6x+9$.	2 points	
$x^2+2x-8=0$	2 points	
$x = 2$ ou $x = –4$.	1 point	
Après avoir remplacé les solutions, on trouve qu'elles sont bonnes.	1 point	
Au total:	**6 points**	

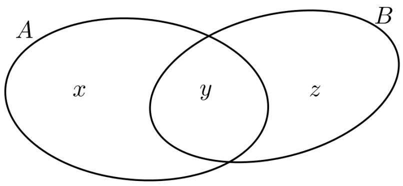
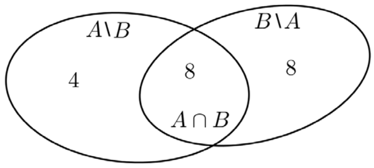
1. a) **la deuxième variante de résolution**		
$\frac{2x+11}{3}=\lvert x+3\rvert$	1 point	
Si $x \geq -3$, alors l'équation est: $\frac{2x+11}{3}=x+3$,	1 point	
d'où $x = 2$ (ce qui n'est pas plus petit que –3).	1 point	
Si $x < –3$, alors l'équation est: $\frac{2x+11}{3}=-x-3$,	1 point	
d'où $x = –4$ (ce qui est plus petit que –3).	1 point	
Vérification : par référence à l'équivalence ou par substitution.	1 point	
Au total:	**6 points**	

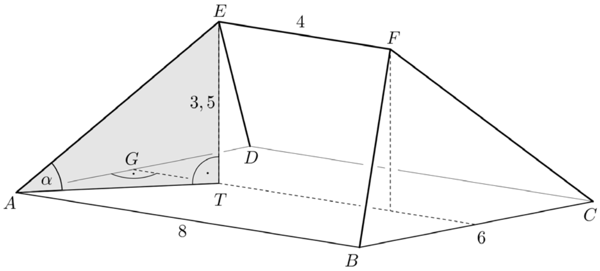
1. b)		
$x > 3$	1 point	*Ce point doit être attribué même si le candidat vérifie la justesse de la solution par substitution.*
(En utilisant la définition et les propriétés du logarithme :) $\log_2\frac{(x+1)(x-3)}{x+9}=$	1 point	
$=\log_2 2$	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que dans l'étape suivante.*
(Du fait que la fonction logarithme est bijective :) $\frac{(x+1)(x-3)}{x+9}=2$	1 point	
En ordonnant : $x^2-4x-21=0$.	1 point	
Les solutions de l'équation du second degré sont 7 et –3.	1 point	
Vérification : –3 non par contre 7 est la solution de l'équation initiale (par substitution ou par référence à l'ensemble de définition et aux transformations équivalentes.	1 point	
Au total:	**7 points**	

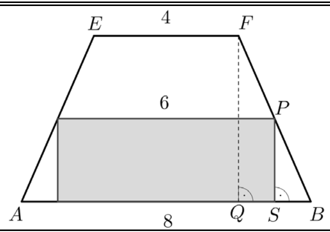
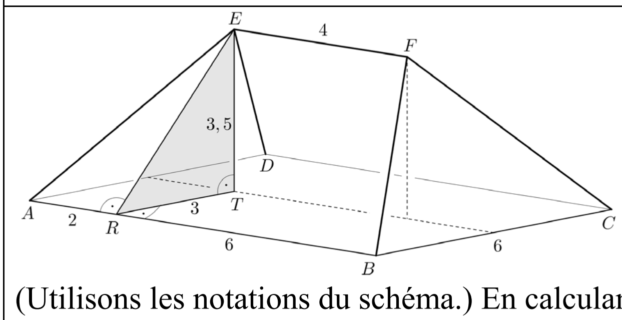
2. a) **la première variante de résolution**		
5 élèves ont la note de cinq en physique,	1 point	
et 7 ont la note de cinq en mathématiques.	1 point	
5 + 7 = 12, mais il n'y a que 10 élèves qui ont la note de cinq dans au moins l'une des deux matières, donc	1 point	
2 élèves ont la note de cinq dans les deux matières.	1 point	
Au total:	**4 points**	

2. a) **la deuxième variante de résolution**		
(Si x élèves ont la note de cinq dans les deux matières, alors) $5 - x$ élèves ont la note de cinq en physique seulement,	1 point	
$7 - x$ élèves ont la note de cinq en mathématiques seulement.	1 point	
$5 - x + x + 7 - x = 10$	1 point	
$x = 2$, alors 2 élèves ont la note de cinq dans les deux matières.	1 point	
Au total:	**4 points**	

Remarque : Si le candidat trouve le bon résultat par un diagramme correctement tracé et rempli, il a droit à tous les points.

2. b)		
Préparons un diagramme de Venn.  (x, y et z désignent respectivement le nombre des éléments des ensembles $A \setminus B$, $A \cap B$, et $B \setminus A$.	1 point	
Le premier terme de la suite arithmétique est x, le second est y le troisième est $x + y$ donc	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
la raison de la suite arithmétique est $(x + y) - y = x$.	1 point	
Alors le cardinal de l'ensemble A est $3x$, celui de B (le quatrième terme de la suite) est $4x$.	1 point	
La somme du cardinal de A et B est de 28, donc $3x + 4x = 28$.	1 point	
Le premier terme et la raison de la suite arithmétique sont tous les deux égaux à 4.	1 point	
Vérification: Le cardinal de l'ensemble B est 16 (alors $z = 8$).  $\|A \setminus B\| = 4$, $\|A \cap B\| = 8$, $\|A\| = 12$, $\|B\| = 16$. Ces quatre nombres sont vraiment les quatre termes consécutifs d'une suite arithmétique.	1 point	
Au total:	**7 points**	

3. a)		
 (Utilisons les notations du schéma.) Dans le triangle rectangle ATG, $GT = 2$ m et $AG = 3$ m,	1 point	
Alors (en appliquant le théorème de Pythagore) $AT = \sqrt{13}$ ($\approx$ 3,61) (m).	1 point	$GE = \sqrt{3{,}5^2 + 2^2} =$ $= \sqrt{16{,}25}$ ($\approx 4{,}03$) (m)
(En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ATE) $AE = \sqrt{AT^2 + ET^2} =$	1 point	$AE = \sqrt{GE^2 + GA^2}$
$= \sqrt{25{,}25} \approx 5$ (m) est la longueur d'un poutre de soutènement.	1 point	
L'angle que la poutre de soutènement forme avec le plan horizontal est l'angle EAT noté α sur le schéma,	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
dont on sait que $\sin\alpha = \dfrac{ET}{AE}$ ($\approx 0{,}6965$),	1 point	
d'où $\alpha \approx 44^\circ$.	1 point	
Au total:	**7 points**	

3. b)		
La longueur d'un côté du panneau solaire est au plus celle de la droite des milieux du trapèze,	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
donc 6 mètres.	1 point	
La longueur de l'autre côté du rectangle est constante, parce qu'elle est la moitié de la longueur de la hauteur du trapèze (sur le schéma, PS est la droite des milieux du triangle rectangle FQB).	1 point	
 (Utilisons les notations du schéma.) En calculant la hauteur du trapèze à partir du triangle rectangle ETR: $ER = \sqrt{ET^2 + TR^2} = \sqrt{3{,}5^2 + 3^2} = \sqrt{21{,}25}$ ($\approx 4{,}61$) (m).	1 point	*(En utilisant les notations du schéma ci-dessus :)* $PS = \sqrt{PB^2 - SB^2} =$ $= \sqrt{6{,}3125 - 1} =$ $= \sqrt{5{,}3125}$ ($\approx 2{,}30$) (m)

L’aire du panneau solaire le plus grand : $\frac{6\cdot\sqrt{21{,}25}}{2}$ ($\approx 13{,}83$) (m^2).	1 point	*L’aire du panneau solaire le plus grand : $6\cdot\sqrt{5{,}3125}$ ($\approx 13{,}83$) (m^2)*
Alors on peut placer un panneau solaire dont l’aire est 13,8 m^2 au plus.	1 point	*On n’attribue pas ce point si le candidat n’arrondit pas ou si son arrondi est erroné.*
Au total:	**6 points**	

4. a)		
La recette est de 1 500 000 forints si le prix d’un ticket est de 1500 forints et le nombre d’acheteurs est 1000.	1 point	
Si on augmente le prix d’un ticket de n fois 5 forints ($n\in\mathbf{N}^+$), alors (selon le modèle) le nombre de spectateurs sera $1000 - 10n$.	1 point	
La recette en forint modifiée : $(1500 + 5n)(1000 - 10n) =$	1 point	
$= 1\,500\,000 - 10\,000n - 50n^2$,	1 point	
ce qui est inférieur à 1 500 000 forints,	1 point*	
parce que l’on en soustrait des termes de valeur positive.	1 point*	
Au total:	**6 points**	

*Le candidat peut obtenir les deux points marqués par * pour le raisonnement suivant :*

Si b est la fonction « de recette » définie sur l’ensemble des nombres réels positifs $b(n) = -50n^2 - 10\,000n + 1\,500\,000$, alors $b'(n) = -100n - 10\,000$.	1 point	
La fonction dérivée est négative sur tout son ensemble de définition, alors b est strictement décroissante (sur l’ensemble des nombres entiers positifs aussi).	1 point	

4. b)		
Si on diminue le prix d’un ticket de m fois 5 forints, alors le nombre de spectateurs sera $1000 + 10m$ ($m\in\mathbf{Z}$).	1 point	
La recette modifiée est $(1500 - 5m)(1000 + 10m) =$	1 point	
$= 1\,500\,000 + 10\,000m - 50m^2$ (Ft).	1 point	
En transformant en carré parfait : $-50(m - 100)^2 + 2\,000\,000$, alors	2 points*	
la valeur $m_{minimum} = 100$.	1 point*	
Alors le prix d’un ticket est ($1500 - 100\cdot 5 =$) 1000 Ft.	1 point	
La recette maximale est ($1000\cdot 2000 =$) 2 000 000 Ft.	1 point	
Au total:	**8 points**	

*Le candidat peut obtenir les trois points marqués par * pour l'un des raisonnements suivants :*

Si f est la fonction « de recette » définie sur l'ensemble des nombres réels $f(m) = -50m^2 + 10\ 000m + 1\ 500\ 000$, alors $f'(m) = -100m + 10\ 000$.	1 point	
Si $f'(m) = 0$, alors $m = 100$.	1 point	
Puisque $f''(m) = -100 < 0$, alors 100 est bien m_{maximum} de f (sur l'ensemble des nombres entiers aussi).	1 point	*Ce point doit être donné également si le candidat justifie correctement par le changement du signe de la première dérivée.*

Si f est la fonction « de recette » définie sur l'ensemble des nombres réels $f(m) = -50m^2 + 10\ 000m + 1\ 500\ 000$, alors 300 et -100 sont les racines de f.	1 point	
f a un maximum qui est atteint en la moyenne arithmétique des racines.	1 point	
Alors $m_{\text{maximum}} = 100$, ce qui maximise la recette également.	1 point	

II.

5. a) la première variante de résolution		
On a fabriqué 80 chemises ayant un défaut sur la première chaîne et 170 sur la seconde.	1 point	
Le nombre de cas possibles est 250 (on peut choisir une chemise ayant un défaut parmi 250).	1 point	*Ces 2 points doivent être attribués même si ces idées n'apparaissent que lors de la résolution.*
Le nombre de cas favorables est 170 (on peut choisir une chemise ayant un défaut et fabriquée sur la deuxième chaîne parmi 170).	1 point	
Alors la probabilité en question : $\frac{170}{250} =$	1 point	
$= 0,68$.	1 point	*La réponse correcte exprimée en pourcentage est également acceptable.*
Au total:	**5 points**	

5. a) la deuxième variante de résolution		
On a fabriqué 80 chemises ayant un défaut sur la première chaîne et 170 sur la seconde.	1 point	
Soit A l'événement « la chemise choisie est fabriquée sur la deuxième chaîne » et B l'événement « la chemise choisie a un défaut de matériaux ». Alors la probabilité : $P(A\|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
$P(AB)=\frac{170}{9000}=\frac{17}{900}$	1 point	
$P(B)=\frac{250}{9000}=\frac{25}{900}$	1 point	
$P(A\|B)=\frac{\frac{17}{900}}{\frac{25}{900}}=\frac{17}{25}=0{,}68$	1 point	*La réponse correcte exprimée en pourcentage est également acceptable.*
Au total:	**5 points**	

5. b)		
x désigne le prix d'une chemise en forint avant la réduction, et soit $q=1-\frac{p}{100}$.	1 point	
(Si les deux réductions avaient été en ordre inverse alors le prix d'une chemise serait xq – 500 forint, donc) $(xq-500)+50=(x-500)\cdot q$.	2 points	
(Si les deux réductions sont de p% alors le nouveau prix est xq^2 forint donc) $(x-500)\cdot q+90=xq^2$.	2 points	
De la première équation: q = 0,9,	1 point	
donc p = 10.	1 point	
(En remplaçant la valeur de q dans la deuxième équation) $(x-500)\cdot 0{,}9+90=x\cdot 0{,}81$.	1 point	
x = 4000	1 point	
Le prix initial de la chemise est de 4000 HUF, la valeur de p est 10.	1 point	
Vérification : 4000 – 500 = 3500, réduit de 10% : 3150 ; 4000 réduit de 10% : 3600, 3600 – 500 = 3100 ; 4000 réduit de 10% : 3600, à nouveau réduit de 10% : 3240. 3150 = 3100 + 50 et 3150 = 3240 – 90, alors les résultats obtenus sont corrects.	1 point	*On donne ce point dans le seul cas où le candidat vérifie la justesse des solutions en remplaçant dans le texte du problème.*
Au total:	**11 points**	

6. a)		
De l'équation $\cos x + 2 = \sin x + 2$: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$).	1 point	*On n'attribue pas ce point si le candidat, sans calcul, lit les extrémités de l'intervalle et ne vérifie pas par remplacement.*
De la solution ci-dessus, on trouve que la première coordonnée des points communs des deux courbes est: $-\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$.	1 point	
$T = \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left((\cos x + 2) - (\sin x + 2)\right) dx =$	2 points	$T = \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + 2) dx - \int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + 2) dx =$
$= [\sin x + \cos x]_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} =$	2 points	$= [\sin x + 2x]_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} - [-\cos x + 2x]_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$
$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$	1 point	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\pi}{2}\right) - \left[\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\pi}{2}\right)\right]$ $= \left(\sqrt{2} + 2\pi\right) - \left(-\sqrt{2} + 2\pi\right) =$
$= 2\sqrt{2}$ ($\approx 2{,}83$)	1 point	
Au total:	**8 points**	

6. b) la première variante de résolution		
$a_1 = -\frac{6}{5}$, $a_2 = -\frac{17}{2}$, $a_3 = 28$.	1 point	
Puisque $a_2 < a_1 < a_3$, la suite n'est pas monotone.	1 point	
Si $n \geq 4$, alors $a_n > 0$ (car le numérateur et le dénominateur de la fraction sont positifs), donc la suite est minorée (p.ex. : $-\frac{17}{2}$ est un minorant).	1 point	

(En transformant l'écriture définissant la suite :) $a_n = \dfrac{11-\frac{5}{n}}{3-\frac{8}{n}}$.	1 point	$a_n = \dfrac{11n-5}{3n-8} = \dfrac{\frac{11}{3}\cdot(3n-8)+\frac{73}{3}}{3n-8} =$
Si $n \geq 4$, alors le numérateur est inférieur à 11, le dénominateur est au moins 1,	1 point	$= \dfrac{11}{3} + \dfrac{73}{9n-24}$
donc $a_n < \dfrac{11}{1} = 11$.	1 point	*Si $n \geq 4$, alors ceci est plus petit que 10* ($a_n \leq \dfrac{11}{3} + \dfrac{73}{12} = \dfrac{39}{4} < 10$).
($a_2 < a_3 = 28$ et $a_1 < a_3 = 28$ sont vrais alors) la suite est majorée aussi parce que 28 est un majorant.	1 point	
La suite en question est alors bornée (minorée et majorée).	1 point	
Au total:	**8 points**	

6. b) la deuxième variante de résolution		
$a_1 = -\dfrac{6}{5}$, $a_2 = -\dfrac{17}{2}$, $a_3 = 28$.	1 point	
Puisque $a_2 < a_1 < a_3$, la suite n'est pas monotone.	1 point	
Ecrivons la fraction définissant la suite $\{a_n\}$ sous la forme $a_n = \dfrac{11-\frac{5}{n}}{3-\frac{8}{n}}$.	1 point	$a_n = \dfrac{11n-5}{3n-8} = \dfrac{\frac{11}{3}\cdot(3n-8)+\frac{73}{3}}{3n-8} =$
La suite définie par le numérateur est convergente (sa limite est 10), et	1 point	$= \dfrac{11}{3} + \dfrac{73}{9n-24}$
La suite définie par le dénominateur est convergente (sa limite est 3).	1 point	*Si $d_n = \dfrac{73}{9n-24}$, alors $\{d_n\}$ est convergente (sa limite est 0),*
Ainsi le quotient des suites et est également convergente (sa limite est $\dfrac{11}{3}$).	1 point	*donc $\{a_n\}$ est convergente elle aussi (sa limite est $\dfrac{11}{3}$).*
Toutes les suites convergentes sont bornées,	1 point	
alors la suite est bornée elle aussi.	1 point	
Au total:	**8 points**	

7. a) **la première variante de résolution**		
Le nombre de nombres à trois chiffres ne comportant pas le chiffre zéro est 9^3 (= 729).	1 point	
Parmi ces nombres, le nombre de ceux qui ne comportent pas le chiffre 1 est 8^3 (=512).	1 point	
Il y a $9^3 - 8^3$ (=217) nombres de trois chiffres qui vérifient les conditions.	1 point	
Le nombre de nombres à deux chiffres convenables est $9^2 - 8^2$ (= 17),	1 point	
et il n'y a qu'un seul nombre à un chiffre, c'est le 1.	1 point	
La somme de ces derniers est le nombre des entiers positifs convenables : $9^3 - 8^3 + 9^2 - 8^2 + 1$ (= 235).	1 point	
Au total:	**6 points**	

7. a) **la deuxième variante de résolution**		
Parmi les nombres de trois chiffres qui ne comportent pas le chiffre zéro, le nombre de ceux qui comportent exactement une fois le chiffre 1 est $3\cdot8\cdot8$ (= 192).	1 point	
Ceux qui comportent exactement 2 fois le chiffre 1 sont au nombre de $3\cdot8$ (=24),	1 point	
et 111 est le seul nombre de trois chiffres qui comporte trois fois le chiffre 1.	1 point	
Parmi les nombres de deux chiffres qui ne comportent pas le chiffre zéro, le nombre de ceux qui comportent exactement une fois le chiffre 1 est $2\cdot8$ (= 16), et 11 est le seul nombre de deux chiffres qui comprte deux fois le chiffre 1, ce qui fait 17 nombres convenables au total.	1 point	
Il n'y a que le nombre 1 parmi les nombres à un chiffre.	1 point	
La somme de ces derniers est le nombre des entiers positifs convenables, donc 235.	1 point	
Au total:	**6 points**	

7. b)		
Si on remplace le nombre (unique) *m* par (*m* + 10), alors (le nombre des données ne change pas et) la somme des données augmente de 10.	1 point	$22n + 10 = 24n$
La moyenne augmente de 2, alors l'effectif des données est $\left(\frac{10}{2}=\right)5$.	1 point	$n = 5$
Au total:	**2 points**	

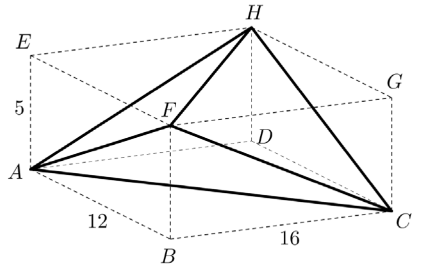
7. c)		
La somme des 5 données dans la série initiale est $(5\cdot 22=)$ 110.	1 point	
Puisque le mode est 32, l'effectif de 32 est au moins 2.	1 point	
En rangeant les cinq données en ordre non-décroissant, le nombre qui précède la médiane *m* est $m-4$ (parce que si on diminue *m* par 5, alors $m-4$ joue le rôle de *m*).	2 points*	*$m-4=10$ n'est pas possible (p. ex. parce que la somme des cinq données ne pourrait pas être 110).*
La donnée minimale est 10, donc $10+(m-4)+m+32+32=110$.	1 point*	
On obtient que $m=20$.	1 point*	
Alors les données sont : 10, 16, 20, 32, 32.	1 point	
Vérification : la moyenne des cinq nombres est 22 ; si on remplace 20 par 30 alors la moyenne sera 24 ; si on écrit 15 au lieu de 20, la médiane sera 16.	1 point	
Au total:	**8 points**	

*Le candidat peut obtenir les quatre points marqués par * pour le raisonnement suivant aussi :*

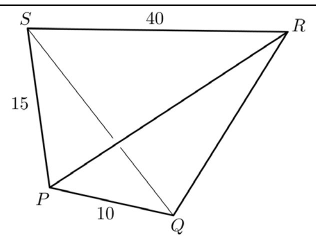
Parmi les cinq données, 10 (le minimum) et 32 au moins deux fois y figurent.	1 point	
La somme des deux données inconnues : $110-(10+32+32)=36$.	1 point	
Ces deux données sont deux nombres entiers et positifs, alors les sommes peuvent s'écrire de la manière suivante: $10+26=11+25=...=17+19$.	1 point	
Seule la somme $16+20$ vérifie les conditions.	1 point	

8. a)		
Le volume du tétraèdre *ACFH* peut être calculé si on enlève le volume des quatre pyramides isométriques à trois faces latérales se trouvant aux sommets *B*, *D*, *G* et *E* du volume du parallélépipède rectangle.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Le volume de l'une de ces pyramides : $\frac{5\cdot 12\cdot 16}{6}=160\ (\text{cm}^3)$.	1 point	
Le volume du tétraèdre *ACFH :* $5\cdot 12\cdot 16-4\cdot\frac{5\cdot 12\cdot 16}{6}=$	1 point	
$=320\ \text{cm}^3$.	1 point	
Au total:	**4 points**	

Remarque: Aucun point pour le seul calcul de l' aire d'une face du tétraèdre ACFH.

8. b)		
 Un schéma juste (le tracé correct du tétraèdre).	1 point	*Ce point doit être attribué même si le candidat travaille correctement sans schéma.*
Toutes les diagonales des rectangles superposables sont de même longueur donc $AC = FH$, $AF = CH$ et $AH = CF$.	1 point	
Les faces du tétraèdre sont des triangles dont les côtés sont de même longueur deux-à-deux par conséquent ils sont isométriques.	1 point	
Au total:	**3 points**	

8. c)		
Pour que l'on puisse prouver que les triangles des faces latérales n'ont que des angles aigus, il suffit de montrer que le plus grand angle d'un triangle est aigu.	1 point	*Ce point doit être attribué même si le candidat calcule correctement les trois angles. (83,4°; 56,4°; 40,2°)*
Par exemple, dans le triangle *AFH* (d'après le théorème de Pythagore) $AF = 13 < AH = \sqrt{281} < FH = 20$,	1 point	
alors la valeur du cosinus de l'angle φ opposé au côté *FH* du triangle (du théorème de cosinus ou formule d'Al Kashi) : $\cos\varphi = \dfrac{169+281-400}{2\cdot 13\cdot\sqrt{281}}$ $(\approx 0{,}1147)$.	2 points	
Puisque ce nombre est positif, alors φ est aigu.	1 point	
Au total:	**5 points**	

8. d)		
Dans le triangle *PRS*, $PS = 15$ cm et $SR = 40$ cm, alors (à cause des inégalités triangulaires, parmi 20, 25 et 30 cm) *PR* doit être 30 cm.	1 point	
Dans le triangle *PQS*, $PS + PQ = 25$, alors QS doit être 20 cm.	1 point	
Donc *QR* doit être 25 cm et le triangle *RSQ* existe (parce que $20 + 25 > 40$).	1 point	
Alors il n'existe qu'un seul tétraèdre convenable.	1 point	
Au total:	**4 points**	

9. a) **la première variante de résolution**		
On a pu arriver à la case numéro 4 en un, deux, trois ou quatre pas.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Pour arriver à la case numéro 4 en un pas, il a fallu obtenir un 4, la probabilité est $\frac{1}{6}$.	1 point	
Pour arriver à la case numéro 4 en deux pas, on a les jets possibles suivants : 3-1, 2-2 ou 1-3.	1 point	
Au total, la probabilité est: $\left(3\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\right)\frac{3}{36}$.	1 point	
Pour arriver à la case numéro 4 en trois pas, on a les jets possibles suivants : 1-1-2, 1-2-1 ou 2-1-1.	1 point	
Au total, la probabilité est: $\left(3\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\right)\frac{3}{216}$.	1 point	
Pour arriver à la case numéro 4 en quatre pas, il faut jeter quatre fois 1, la probabilité est $\left(\frac{1}{6}\right)^4=\frac{1}{1296}$.	1 point	
La probabilité qu'au moins une fois on arrive sur la case numéro 4 est la somme des probabilités précédentes,	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
donc $\frac{343}{1296}\approx 0{,}265$.	1 point	*On peut accepter la réponse correcte exprimée en pourcentage.*
Au total:	**9 points**	

9. a) **la deuxième variante de résolution**		
Notre premier jet a pu être le 4, le 3, le 2 ou le 1.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Si notre premier jet avait été le 4, on arriverait sur la case numéro 4. La probabilité est $\frac{1}{6}$.	1 point	
Si notre premier jet avait été le 3, le jet suivant devrait être le 1 pour arriver sur la case numéro 4. La probabilité est $\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$.	1 point	
Si notre premier jet avait été le 2, alors notre jet suivant serait soit le 2 soit deux fois le 1 pour arriver sur la case numéro 4.	1 point	
La probabilité est $\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{36}+\frac{1}{216}$.	1 point	

Si notre premier jet avait été le 1, alors, pour arriver sur la case numéro 4, les jets suivants pourraient être: 3, 2-1, 1-2 ou 1-1-1.	1 point	
La probabilité est $\left(\frac{1}{6}\right)^2+2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3+\left(\frac{1}{6}\right)^4=\frac{1}{36}+\frac{2}{216}+\frac{1}{1296}$.	1 point	
La probabilité qu'au moins une fois on arrive sur la case numéro 4 est la somme des probabilités précédentes	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
donc $\frac{343}{1296}\approx 0{,}265$.	1 point	*On peut accepter la réponse correcte exprimée en pourcentage.*
Au total:	**9 points**	

9. a) la troisième variante de résolution		
Calculons la probabilité de l'événement complémentaire. Si on n'est pas arrivé sur la case numéro 4, alors on a sauté par-dessus lors du 1e, 2e, 3e ou 4e pas.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Si c'est lors du 1e alors le jet pourrait être 5 ou 6. La probabilité est $\frac{2}{6}$.	1 point	
Si c'est lors du 2e alors les deux premiers jets pourraient être les suivants : 1-4, 1-5, 1-6, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6. La probabilité est : $\frac{12}{36}$.	2 points	*En regroupant selon la somme des deux jets:* 1-4, 2-3, 3-2; 1-5, 2-4, 3-3; 1-6, 2-5, 3-4; 2-6, 3-5; 3-6.
Si c'est lors du 3e , alors si les deux premiers jets sont 2-1 ou 1-2, le troisième est de cinq sortes possibles (on obtient au moins 2). Si les deux premiers jets sont 1-1 alors le troisième est de quatre sortes possibles (on obtient au moins 3). La probabilité est : $\frac{14}{216}$.	2 points	2-1-2, 1-2-2, 1-1-3; 2-1-3, 1-2-3, 1-1-4; 2-1-4, 1-2-4, 1-1-5; 2-1-5, 1-2-5, 1-1-6; 2-1-6, 1-2-6.
Si c'est lors du 4e alors les trois premiers jets devraient être 1, le 4e est de cinq sortes possibles (on obtient au moins deux). La probabilité est : $\frac{5}{1296}$.	1 point	
La probabilité, qu'au moins une fois on arrive sur la case numéro 4 peut être obtenue si on soustrait la somme des probabilités trouvées ci-dessus de 1.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Cette probabilité est alors : $1-\left(\frac{2\cdot 216+12\cdot 36+14\cdot 6+5}{1296}\right)=\frac{343}{1296}\approx 0{,}265$.	1 point	*On peut accepter la réponse correcte exprimée en pourcentage.*
Au total:	**9 points**	

9. b) **la première variante de résolution**		
La méthode du dénombrement consiste à répondre à la question : combien András a-t-il obtenu de 4 au cours des trois premiers jets.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Il a obtenu trois fois le 4 : une possibilité.	1 point	
Il a obtenu deux fois le 4 : ce n'est pas possible, car le troisième jet aussi devrait être 4.	1 point	
Il a obtenu une fois le 4 : le premier ou le troisième jet devait être 4.	1 point	
La somme des deux autres jets doivent être 4 (1-3, 3-1 ou 2-2) ; 3 possibilités pour chacun des cas. Ce qui fait 6 possibilités au total.	1 point	
Il n'a pas obtenu le 4 : dans ce cas, les trois jets possibles sont 1-1-2, dans tout ordre possible ; cela fait 3 possibilités.	1 point	
Alors la série des trois premiers jets de András a pu se réaliser de10 manières.	1 point	
Au total:	**7 points**	

9. b) **la deuxième variante de résolution**		
Avant le quatrième jet, András peut arriver sur la case numéro 4 pour la première fois, pour la deuxième fois ou pour la troisième fois.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
S'il est sur la case numéro 4 pour la première fois alors sa série de jets devait se composer 1-1-2, 1-2-1 ou 2-1-1 qui font 3 possibilités.	1 point	
S'il est sur la case numéro 4 pour la deuxième fois alors il y est arrivé pour la première fois soit par son premier jet soit par son deuxième jet.	1 point	
S'il est arrivé pour la première fois sur la case numéro 4 par son premier jet alors son premier jet devait être 4, les deux autres jets ont été 3-1, 1-3 ou 2-2 qui représentent 3 possibilités.	1 point	
S'il est arrivé pour la première fois sur la case numéro 4 par son deuxième jet alors les deux premiers jets ont été 3-1, 1-3 ou 2-2, le troisième jet a été 4. Cela fait 3 possibilités.	1 point	
S'il est sur la case numéro 4 pour la troisième fois alors ses deux jets précédents ont été 4. Cela fait une possibilité.	1 point	
Alors la série des trois premiers jets de András a pu se réaliser de10 manières.	1 point	
Au total:	**7 points**	

9. b) **la troisième variante de résolution**		
Le premier jet de András a pu être 4, 3, 2 ou 1.	1 point	*Ce point doit être attribué même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
Si son premier jet a été 4 alors les séries de jets possibles sont (en rangeant selon la grandeur des jets ultérieurs) 4-4-4, 4-3-1, 4-2-2, 4-1-3. Cela fait 4 possibilités.	2 points	
Si son premier jet a été 3 alors la seule série de jets possibles est 3-1-4. Cela fait une possibilité.	1 point	
Si son premier jet a été 2 alors les séries de jets possibles sont 2-2-4, 2-1-1. Cela fait 2 possibilités.	1 point	
Si son premier jet a été 1 alors les séries de jets possibles sont 1-3-4, 1-2-1,1-1-2. Cela fait 3 possibilités.	1 point	
Alors la série des trois premiers jets de András a pu se réaliser de10 manières.	1 point	
Au total:	**7 points**	

Remarque :
I) Si le candidat énumère correctement les 10 séries de jets possibles sans justification, mais dans un ordre logique (selon un système reconnaissable), il a droit à 6 points.

II) Si le candidat énumère correctement les 10 séries de jets possibles sans justification, et sans une logique identifiable (au hasard), on attribue 4 points au plus (parce qu'il ne montre pas qu'il n'y a pas d'autres possibilités).

Si le candidat donne des séries de jets possibles par une énumération non justifiée, mais il commet des erreurs (il omet des séries de jets, il les donne d'une manière erronée ou il donne la même série deux fois), alors on lui attribue des points selon le tableau suivant :

le nombre des erreurs	*le nombre de points dans le cas I.*	*le nombre de points dans le cas II.*
1	5	3
2	4	2
3	3	1
4	2	0
5	1	0
6 ou plus	0	0